4° Phys. sp. 52

Mz 300 - 6

Philol: 2300. b.

4° Phys. Spec. ~~XI~~ 52.

Physica. De sono. 287.

Entdeckungen

über die

Theorie des Klanges

von

Ernst Florens Friedrich Chladni,

der Philosophie und Rechte Doctor zu Wittenberg.

Mit eilf Kupfertafeln.

Leipzig,

bey Weidmanns Erben und Reich.

1787.

— — — — die Kunst, zu malen mit Tönen.

Wieland.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

79 B

Der

Kayserlichen Academie der Wissenschaften zu St. Petersburg

welche schon

so viele Aufschlüsse über die Theorie des Klanges

gegeben hat,

zu weiterer Untersuchung

ehrerbietigst vorgelegt

von

dem Verfasser.

BAYERISCHE
STAATS-
BIBLIOTHEK
MUENCHEN

Die elastischen Schwingungen der Saiten und Stäbe, bey welchen man nur auf einzelne krumme Linien Rücksicht zu nehmen hat, sind von verschiedenen so genau und scharfsinnig berechnet, daß sich wohl sehr wenig neues darüber möchte sagen lassen; da hingegen die wahre Beschaffenheit des Klanges solcher Körper, bey denen elastische Krümmungen ganzer Flächen nach mehreren Dimensionen zugleich in Betrachtung kommen, noch in die tiefste Dunkelheit eingehüllt ist; indem weder Berechnungen, die mit der Erfahrung übereinstimmen, noch richtige Beobachtungen darüber vorhanden sind. Da es mir gelungen ist, ein Mittel zu entdecken, um jede mögliche Art des Klanges solcher Körper ohne Beymischung anderer nicht nur hörbar, sondern auch sichtbar darzustellen; so hoffe ich, durch Bekanntmachung meiner Beobachtungen wenigstens einige richtige Voraussetzungen zu genauerer Untersuchung dieses noch sehr unbearbeiteten Theiles der Mechanik liefern zu

können, und bin versichert, daß jeder die Unvollkommenheit meiner Bemerkungen entschuldigen werde, wer aus eigener Erfahrung weiß, wie viele Schwierigkeiten sich einem, der auf ungebahnten Wegen die Natur beobachten will, bey jedem Schritte entgegenstellen.

Jeder klingende Körper kann verschiedne Töne geben, und nimmt bey jedem derselben eine andere Art der schwingenden Bewegung an; indem die dadurch verursachte Krümmung die Axe, d. i. die Gestalt des Körpers, wenn er in Ruhe ist, entweder gar nicht, oder in 1, 2, 3, und mehreren Stellen durchschneidet. Die Stellen, wo die schlangenförmigen Schwingungslinien die Axe durchschneiden, werden von Sauveur, de la Hire und andern, **Schwingungsknoten** genennt; sie bleiben in Ruhe, während daß die übrigen Theile des klingenden Körpers sich bewegen, und man kann an einer oder mehreren solchen Stellen den Körper berühren, oder Dämpfungen anbringen, ohne daß der Klang dadurch gehemmt wird, welches aber sogleich geschieht, wenn man eine Stelle zwischen zween Schwingungsknoten berühret, oder auf andere Art dämpft.

Es ist bekannt, daß bey dem **Grundtone** einer **Saite** die Axe nirgends durchschnitten wird, bey den übrigen Tönen aber, welche man **harmonische Töne** nennt, 1, 2, 3 und mehreremal; daß auch, wenn man den Grundton als 1 ansieht, die übrigen Töne in der Progression 2, 3, 4, u. s. w. stehen.[a]) Jeder beliebige harmonische Ton einer Saite läßt sich leicht hervorbringen, wenn man eine Stelle, wo ein Schwingungsknoten ist,

a) Eben so bekannt ist auch, daß Hörner, Trompeten und offene Pfeifen die nämliche Folge von Tönen geben, gedeckte Pfeifen aber die mit den ungeraden Zahlen übereinkommenden Töne.

ist, gelinde berührt, und zugleich die Mitte eines schwingenden Theils mit dem Violinbogen streicht, oder auf andere Art in Bewegung setzt. Es werden diese Töne vorzüglich auf der Trompete marine ausgeübt; auch habe ich Violoncellspieler gehört, die sich derselben in einigen Fällen mit gutem Erfolge bedienten; indem vorzüglich auf der d und a Saite eines Violoncells manche harmonische Töne von ungewöhnlicher Höhe sich leichter und reiner hervorbringen lassen, als wenn man sie auf die gewöhnliche Art greifen wollte; so daß verschiedene harmonische Töne in der viermalgestrichenen Octave allenfalls noch angenehm klingen.[b])

An elastischen Stäben und Blechstreifen, wie auch an Ringen, Scheiben, Glocken und dergleichen klingenden Körpern, sind sowohl die Verhältnisse der verschiedenen Töne des nämlichen Körpers, als auch der gleichartigen Töne an verschiedenen Körpern sehr von denen unterschieden, die an Saiten Statt finden. Es lassen sich bey den meisten solchen klingenden Körpern nicht alle Töne, besonders wenn sie sehr hoch sind, durch Anschlagen deutlich genug hervorbringen, es wird also zu Untersuchung derselben besser seyn, den klingenden Körper unter einem rechten Winkel mit einem Violinbogen,

 der

b) In Sulzers Theorie der schönen Künste wird in dem Artikel Klang mit Unrecht behauptet, daß das viermalgestrichene c der höchste brauchbare Ton sey; der Verfasser dieses Artikels beruft sich dabey auf Eulers tentamen novae theoriae Musicae, cap. 1. §. 13, er muß aber die angeführte Stelle entweder nicht nachgelesen, oder nicht gehörig verstanden haben; indem Euler daselbst nicht das viermalgestrichene, sondern das fünfmalgestrichene c als den höchsten hörbaren Ton ansieht. Den an klingenden Körpern von verschiedener Art angestellten Versuchen zufolge halte ich ungefähr die Mitte der viermalgestrichenen Octave für die Gränze der brauchbaren, und ungefähr das fünfmalgestrichene e oder f für die Gränze der zu unterscheidenden Töne.

der mit Colophonium oder einem andern Harze bestrichen ist, zu streichen, c) wodurch anhaltendere und bestimmtere Töne hervorgebracht, und auch sogar hölzerne Stäbe, Kästchen, Schalen und dünne Breter genöthiget werden können, einen fortdaurenden Klang zu geben. Alle Stellen des klingenden Körpers, an denen die Axe von den schlangenförmigen Krümmungen durchschnitten wird, lassen sich, wenn dessen Oberfläche gerade ist, und horizontal gehalten wird, sichtbar machen, wenn man vor oder bey dem Streichen etwas Sand auf dieselbe streuet, welcher von den schwingenden Stellen, öfters mit vieler Heftigkeit, heruntergeworfen wird, und an den sich nicht bewegenden Stellen liegend bleibt.

Da bey den Klängen **elastischer Stäbe und Blechstreifen** die schwingende Bewegung weit einfacher ist, als bey Glocken und Scheiben, so wird es schicklich, und zu mehrerer Deutlichkeit des folgenden nothwendig seyn, davon zuerst einiges zu erwähnen. Ein Stab kann in sechs Fällen bestimmte Folgen von Tönen hören lassen, und in jedem dieser Fälle andere krumme Linien beschreiben, nämlich

1) Wenn

c) Stäbe, Glocken und dergleichen klingende Körper mit den Violinbogen zu streichen, ist keine Erfindung von mir; indem die sogenannte Violinharmonica ein längst bekanntes Instrument ist, auf dem sich schon vor einigen Jahren Schröter, Senal und andre haben hören lassen. Auch hat der Abt Mazzocchi ein der Harmonica ähnliches Instrument verfertiget, welches aus metallenen Glocken besteht, die mit dem Violinbogen gestrichen werden, wovon man in dem dritten Bande von Forkels musikalischkritischer Bibliothek S. 321. und in dessen musikalischen Almanach auf 1782. S. 33. Nachricht findet. Es hat aber, soviel ich weiß, noch niemand sich des Violinbogens zu Untersuchung solcher klingenden Körper bedient, die sich nicht füglich anders untersuchen lassen.

1) Wenn das eine Ende ganz fest, das andere aber frey ist.

2) Wenn das eine Ende nur etwas fest, und das andere frey ist.

3) Wenn beyde Enden frey sind.

4) Wenn beyde Enden etwas fest sind.

5) Wenn beyde Enden ganz fest sind.

6) Wenn ein Ende ganz fest, das andere aber nur etwas fest ist.

Was ich hier ganz fest nenne, wird von Eulern infixus genannt, er nimmt hierbey an, daß ein unbeweglich seyn sollendes Ende in einer Mauer so befestiget sey, daß es gar nicht nachgeben könne. Man kann auch zu mehrerer Bequemlichkeit bey den Versuchen das Ende des Stabes sehr fest in einen Schraubenstock spannen, [d]) um die nämlichen Resultate zu erhalten. Was ich hier **nur etwas** fest nenne, heißt bey Eulern simpliciter fixus, er nimmt hierbey an, daß das Ende des Stabes nur gleichsam an einem unbeweglichen Stifte so befestiget sey, daß es sich um denselben frey herumdrehen könne. Mit dem nämlichen Erfolge lassen sich die Versuche anstellen, wenn das nur etwas fest seyn sollende Ende des Stabes auf einen Resonanzboden oder Tisch nicht allzustark aufgestemmt wird.

Die Progressionen der Töne, welche in allen diesen sechs Fällen an dem nämlichen Stabe oder Blechstreifen Statt finden, und die Gestalt der dadurch

d) Nur ist dabey zu bemerken, daß, wenn die Richtung des Streichens mit der Mündung des Schraubenstockes parallel ist, die Töne tiefer sind, und mit den gehörigen Verhältnissen weniger übereinkommen, als wenn man unter einem rechten Winkel mit der Mündung des Schraubenstockes streicht; weil bey dem mit der Mündung parallelen Streichen sich die untern Theile des Stabes zu wenig gegen den Schraubenstock stemmen. Der Unterschied wird bey den einfachern Klängen mehr, als einen ganzen Ton, bey den folgenden aber weniger betragen.

gebildeten krummen Linien hat L. Euler e) in den Actis der Kayserl. Academie der Wissenschaften zu Petersburg für 1779. sehr scharfsinnig berechnet, wie auch den ersten, dritten, vierten und sechsten Fall in seiner methodo inveniendi curvas etc. f) abgehandelt; nur finden sich in dem zuletzt angeführten Werke einige unrichtige Behauptungen, welche der Graf Giordano Riccati g) gehörig widerlegt, und die Schwingungen freyschwebender Cylinder mit äußerster Genauigkeit berechnet hat. Der erste, welcher mit gutem Erfolge die Schwingungen elastischer Blechstreifen und Stäbe untersucht hat, ist Daniel Bernoulli; es sind verschiedene, diesen Gegenstand betreffende Schriften von ihm in den Commentarien und neuen Commentarien der Petersburger Academie der Wissenschaften befindlich.

In dem ersten Falle, wo ein Ende des Stabes ganz unbeweglich, das andere aber frey ist, wird bey dem tiefsten und einfachsten Klange die Axe des Stabes a b fig. 147. von der krummen Schwingungslinie a c nirgends durchschnitten, sondern nur in dem Puncte a berührt, wo das unbewegliche Ende ist. Es erscheint dieser Klang bey jedem in einer Wand oder in einem Schraubenstocke befestigten Stabe, Nagel oder Stifte, sehr leicht, wenn man irgend einer Stelle, die nicht allzunahe an dem unbe-

e) Investigatio motuum, quibus laminae et virgae elasticae contremiscunt, autore L. Eulero, in Actis Acad. Scient. Imp. Petrop. pro anno 1779. P. I, pag. 103. sequ.

f) Methodus inveniendi curuas maximi minimive proprietate gaudentes, s. solutio problematis isoperimetrici, latissimo sensu accepti, autore L. Eulero, additam. I. de curvis elasticis p. 282 sequ.

g) In dem Aufsatze: delle vibrazioni sonore dei cilindri, welcher in dem ersten Bande der memorie di matematica e fisica della società Italiana (Verona 1782) befindlich ist.

unbeweglichen Ende ist, denselben anschlägt oder streicht. Man bedient sich dieses Klanges bey der sogenannten Harmonica mit eisernen Nägeln oder Violinharmonica, welche aus eisernen Stiften besteht, die in dem Steg eines Resonanzbodens eingeschlagen sind, und mit dem Violinbogen gestrichen werden. Außer dem itzt erwähnten Klange lassen sich auf dem nämlichen Stabe noch mehrere hervorbringen, bey welchen die krumme Schwingungslinie die Axe in 1, 2, 3 oder mehreren Puncten durchschneidet. Um jeden dieser Klänge einzeln zu erhalten, berühre man eine oder mehrere Stellen, wo Durchschnittspuncte sind, und schlage oder streiche in der Mitte eines schwingenden Theils. So wird z. B. der Klang, (fig. 148.) bey welchem die krumme Linie a c d e die Axe a b nur in dem einen Puncte d schneidet, zum Vorschein kommen, wenn der an dem Ende a unbewegliche Stab a b bey d berührt, und ungefähr bey c, oder allenfalls nahe an dem Ende b angeschlagen oder gestrichen wird. Da die äußersten Schwingungsknoten sich den Enden immer mehr nähern, je öfter die Axe von der krummen Linie durchschnitten wird, so wird man aus der ganzen Reihe der auf dem nämlichen Stabe auf diese Art hervorzubringenden Töne nicht leicht einen verfehlen, wenn man mit dem Finger, der den Stab berührt, immer weiter nach einem Ende zurückt, nnd immer näher an dem festen Ende mit dem Violinbogen streicht, je größer die Anzahl der Schwingungsknoten seyn soll. Bey dem Klange, wo ein Schwingungsknoten vorhanden ist, (fig. 148.) wird der Ton beynahe um 2 Octaven + eine übermäßige Quinte höher seyn, als bey dem einfachsten Klange. (fig. 147.) Sind zween Schwingungsknoten vorhanden, so nimmt die Höhe gegen den vorigen ungefähr um eine Octave + eine falsche Quinte zu, bey dreyen Schwingungsknoten beynahe um eine Octave, bey vieren ungefähr um eine große Sexte u. s. w. so daß also, wenn man das 16füßige oder Contra-C als den einfachsten Klang annimmt, die übrigen zu erhaltenden Töne in folgender Ordnung stehen:

Anzahl

Anzahl der Schwingungsknoten:	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	
Töne:	$\underline{C}$,	gs—,	$\overline{\overline{d}}$,	$\overline{\overline{\overline{d}}}$—,	$\overline{\overline{\overline{h}}}$—,	$\overline{\overline{\overline{\overline{f}}}}$+,	$\overline{\overline{\overline{\overline{h}}}}$,	u. s. w.

Es verhalten sich diese Töne, den Grundton ausgenommen, beynahe wie die Quadratzahlen von 3, 5, 7 u. s. w.

Eben dieselbe Bewandniß hat es mit den Klängen der Gabeln und solcher Stäbe, an denen zwar beyde Enden frey sind, die Mitte derselben aber an einen Stiel unbeweglich befestiget oder in einen Schraubenstock eingespannt ist; man kann nämlich, ohngeachtet beyde Hälften einander ihre Schwingungen mittheilen, jede Hälfte derselben als einen Stab ansehen, dessen eines Ende unbeweglich ist, es findet auch die nämliche Folge von Tönen Statt.

In dem zweyten Falle, wo das eine Ende nur etwas fest, das andere aber frey ist, werden die Schwingungsknoten fast an den nämlichen Stellen befindlich seyn, wie in dem ersten Falle, aber die Gestalt der krummen Linien ist etwas anders, wie man bey Vergleichung der 149sten Figur mit der 148sten sehen kann. Bey dem einfachsten Klange wird die Axe einmal durchschnitten, (fig. 149.) bey dem folgenden, (fig. 150.) zweymal, u. s. f. Um diese Klänge herzorzubringen, halte man den Stab an einer Stelle, wo ein Schwingungsknoten ist, mit zween Fingern, stemme das eine Ende nicht allzustark auf den Tisch, oder auf einen Resonanzboden, und streiche in der Mitte eines schwingenden Theils. Wenn der Grundton eines Stabes im ersten Falle das Contra-C ist, so wird der nämliche Stab in dem jetzt erwähnten 2ten Falle folgende Töne geben, die sich wie die Quadrate der Zahlen 5, 9, 13, 17 u. s. w. verhalten:

Anzahl der Schwingungsknoten:	1,	2,	3,	4,	5,	6,	
Töne:	d,	$\overline{h}$—,	$\overline{\overline{h}}$+,	$\overline{\overline{\overline{gs}}}$,	$\overline{\overline{\overline{\overline{ds}}}}$+,	$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{a}}}}}$,	u. s. w.

In

In dem dritten Falle wird bey dem einfachsten Klange eines Stabes, dessen beyde Enden frey sind, die Axe zweymal durchschnitten, (fig. 151.) bey den folgenden drey, (fig. 152.) vier oder mehreremal. Euler leugnet in der methodo inveniendi curvas etc. die Möglichkeit der Klänge, bey welchen die Axe in einer ungeraden Anzahl von Puncten durchschnitten wird; indem er annimmt, daß hierbey eine drehende Bewegung (motus rotatorius) um die Mitte des Stabes entstehen würde: er hat aber in der Folge, nach angestellten genauern Untersuchungen, in dem schon angeführten Aufsatze in den Actis auf 1779. die Möglichkeit dieser Schwingungsarten zugegeben. Auch hat der Graf Giordano Riccati in der schon vorher erwähnten Schrift: delle vibrazioni sonore dei cilindri, hinlänglich gezeigt, daß die Arten des Klanges, bey welchen die Zahl der Durchschnittspuncte ungerade ist, eben sowohl möglich sind, als die, wo die Axe in einer geraden Anzahl von Puncten durchschnitten wird, welches ich denn auch, ehe mir die Riccatische Schrift und der Eulersche Aufsatz in den Actis auf 1779. bekannt war, schon durch Versuche gefunden hatte. Uebrigens hat der Graf Riccati sowohl über die Klänge freyschwebender Cylinder, als auch über die Schwingungen der Cylinder überhaupt noch vieles neue zu den Eulerischen Berechnungen hinzugefügt.

Um jeden beliebigen Klang eines an beyden Enden freyen Stabes zu erhalten, lege man an zwo Stellen, wo Schwingungsknoten sind, den Stab auf nicht allzuharte Unterlagen, als etwa auf zween mit Tuch überzogene Stege, die sich nach Belieben verrücken lassen, oder allenfalls nur auf etwas starken Bindfaden, zusammengedrehetes Papier, und dergleichen; und streiche oder schlage den Stab zwischen zween Schwingungsknoten.

Die Tonverhältnisse sind bey einem also behandelten Stabe nach den äußerst genauen Berechnungen des Grafen Riccati, mit welchen die Erfahrung übereinstimmt, folgende: In Vergleichung mit dem einfachsten Klange,

bey welchem die krumme Schwingungslinie die Axe in zween Puncten schneidet, (fig. 151.) ist der, bey welchem die Axe in dreyen Puncten durchschnitten wird, (fig. 152.) beynahe um eine Octave + eine übermäßige Quarte — $\frac{1}{2}$ Comma ($\frac{80}{81}$) höher; der folgende, wo die krumme Linie die Axe viermal schneidet, um 2 Octaven + eine Quarte, und etwas mehr als ein Comma; der, wo die Axe fünfmal durchschnitten wird, um 3 Octaven + eine große Secunde; bey sechs Schwingungsknoten ist der Ton um 3 Octaven + eine große Sexte, und $\frac{1}{15}$ Comma, bey sieben um vier Octaven + eine übermäßige Secunde — $\frac{1}{8}$ Comma höher, u. s. w. Wird keine große Genauigkeit erfordert, so kann man annehmen, daß sich die Töne verhalten, wie die Quadrate der Zahlen 3, 5, 7, 9 u. s. f. Da der einfachste Klang, bey welchem die Axe zweymal durchschnitten wird, den Eulerischen Berechnungen und der Erfahrung zufolge um 2 Octaven + eine Quinte und einen halben Ton höher ist, als in dem ersten Falle der einfachste Klang des nämlichen an dem einen Ende ganz unbeweglichen, an dem andern aber freyen Stabes, so werden, wenn dieser oben beschriebene Klang das 16füßige oder Contra-C ist, die Töne des nämlichen an beyden Enden freyen Stabes in folgender Ordnung stehen:

Anzahl der Schwingungsknoten:	2,	3,	4,	5,	6,	7,	
Töne:	gs,	$\overline{\overline{d}}$,	$\overline{\overline{\overline{d}}}$—,	$\overline{\overline{\overline{b}}}$,	$\overline{\overline{\overline{\overline{f}}}}$+,	$\overline{\overline{\overline{h}}}$—	u. s. f.

Ein Stab kann in dem **vierten Falle**, wenn seine **beyden Enden nur etwas** fest sind, ebenfalls unendlich verschiedene Arten der schwingenden Bewegung annehmen, die in Ansehung ihrer Gestalt mit den Schwingungen der Saiten übereinkommen, aber ganz andere Tonverhältnisse geben. Die in diesem vierten Falle zu erhaltenden Töne zeigten sich allemal in ihren gehörigen Verhältnissen, wenn ich mit einem etwas harten Körper den Stab

auf

auf den Tisch oder auf einen Resonanzboden schwach aufstemmte, und an den gehörigen Stellen mit den Violinbogen strich, zugleich aber mit einem Finger irgend eine Stelle berührte, wo ein Schwingungsknoten seyn sollte. Die einfachste Art des Klanges ist die, bey welcher kein Schwingungsknoten vorhanden ist, sondern der ganze Stab eben solche Schwingungen macht, wie eine Saite bey ihrem Grundtone, (fig. 153.) bey der folgenden, wo die Axe einmal durchschnitten wird, (fig. 154.) ist der Ton um 2 Octaven höher, bey dem nächstfolgenden, wo zween Schwingungsknoten sind, um 3 Octaven + einen ganzen Ton u. s. w. Es verhalten sich nämlich die in diesem Falle hervorzubringenden Töne genau, wie die Quadrate der Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. f.

Der einfachste Klang in dem jetztbeschriebenen Falle ist um eine Octave + eine übermäßige Quarte höher, als der einfachste Klang des nämlichen Stabes in dem ersten Falle war; wenn also dieser, wie schon einigemal geschehen, als das Contra-C angenommen wird, so sind die Töne des nämlichen an beyden Enden schwach befestigten Stabes folgende:

Anzahl der Schwingungsknoten:	0,	1,	2,	3,	4,	5,	
Töne:	Fs,	$\overline{fs}$,	$\overline{\overline{gs}}$,	$\overline{\overline{\overline{fs}}}$,	$\overline{\overline{\overline{\overline{d}}}}$,	$\overline{\overline{\overline{gs}}}$,	u. s. w.

In dem fünften Falle, wo beyde Enden des Stabes ganz unbeweglich sind, wird bey dem einfachsten Klange die Axe nirgends durchschnitten, bey dem folgenden einmal, u. s. f. Die Schwingungsknoten sind an den nämlichen Stellen, wie in dem vierten Falle, aber sowohl die Gestalt der krummen Linien, als auch die Tonverhältnisse, sind ganz anders beschaffen. Die krumme Linie, welche bey dem einfachsten Klange dieser Art Statt findet, ist bey fig. 155. zu sehen. Die Töne sind nach Eulers Angabe die nämlichen, wie in dem dritten Falle. Ich glaubte diese Tonver-

hältnisse anzutreffen, wenn ich jedes Ende des Stabes in einen Schraubenstock sehr fest einspannte; es war aber keine Genauigkeit der Beobachtungen dabey möglich, weil durch stärkeres oder schwächeres Einspannen die Tonverhältnisse sehr verändert wurden, und mithin alle Resultate sehr verschieden ausfielen.

Die Klänge des sechsten Falles, **wo ein Ende des Stabes ganz unbeweglich, das andere aber nur etwas fest ist**, kann man leicht in ihren gehörigen Verhältnissen erhalten, wenn der Stab an dem einen Ende fest in einen Schraubenstock gespannt, an das andere aber ein etwas harter Körper schwach angestemmt wird. Bey dem einfachsten Klange dieser Art wird die Axe nirgends durchschnitten, die Gestalt der dabey Statt findenden krummen Linie ist fig. 156. zu sehen; bey den folgenden Klängen sind 1, 2, 3 oder mehrere Durchschnittspuncte. Die Töne sind, ohngeachtet der ganz verschiedenen Gestalt der krummen Linien, ganz die nämlichen, wie in dem zweyten Falle, wo der Stab an dem einen Ende nur etwas fest, an dem andern aber frey ist.

Wenn m die jeder Art des Klanges zukommende Zahl, D den Durchmesser, r die Steifigkeit der Materie, L die Länge, und g die specifische Schwere bedeutet, so ist der Klang S eines Stabes $= \frac{m^2 D}{L^2} \sqrt{(r : g)}$. Die aus dieser Formel herzuleitenden einzelnen Sätze übergehe ich der Kürze wegen, da sie jeder leicht selbst daraus wird ziehen können. **Euler** behauptet in methodo inveniendi curvas maximi minimive proprietate gaudentes etc. S. 269. daß die absolute Elasticität der Blechstreifen im zusammengesetzten Verhältnisse der Steifigkeit ihrer Materie r, ihrer Breite B, und der Quadrate ihrer Dicke D^2 stehe. Es würde also dieser Meynung zufolge seyn $S = \frac{m^2}{L^2} \sqrt{(Dr : g)}$. Wenn aber dieses gegründet wäre, müß-

ten die gleichartigen Töne der Blechstreifen, die nur in Ansehung ihrer Dicke verschieden sind, im Verhältnisse der Quadratwurzeln der Dicke stehen, da man sich doch durch Versuche leicht überzeugen kann, daß sie sich wie die Dicke verhalten. Der Graf Riccati hat in der schon angeführten Schrift diese Behauptung widerlegt, und streng erwiesen, daß die absolute Elasticität nicht $= rBD^2$, sondern $= rBD^3$, und mithin $S = \frac{m^2 D}{L^2} \surd (r : g)$ sey, welches auch die Erfahrung bestätiget. [h]) **Euler** hat auch selbst schon, ehe die Riccatische Schrift herausgekommen war, in seiner investigatione motuum, quibus laminae et virgae elasticae contremiscunt, die richtigere Meynung angenommen, daß sich die gleichartigen Töne bey Stäben, die aus der nämlichen Materie bestehen, wie deren Dicke, und umgekehrt, wie die Quadrate ihrer Längen verhalten.

Bey verschiedenen Schriftstellern findet man viele irrige Behauptungen über den Klang der Cylinder und ähnlicher Körper, welche aber keiner Widerlegung bedürfen; indem niemand, wer die Natur der schwingenden Bewegung aus den Schriften der Herren Bernoulli, Euler und anderer, besser kennt, sich wird einfallen lassen, solchen Irrthümern beyzutreten. Louis Carré hat zuerst die Tonverhältnisse cylindrischer und prismatischer Stäbe untersucht, [i]) es sind aber seine Versuche eben so unrichtig angestellt, als beurtheilt; welches auch nicht zu verwundern ist, da er nicht einmal bemerkt

 hat,

h) Daß die gleichartigen Töne sich an Stäben von gleicher Materie verhalten, wie $\frac{D}{L^2}$, hatte ich schon vorher, ehe ich etwas darüber las, durch verschiedene, an metallenen und hölzernen Stäben angestellte Versuche, gefunden, auch die in dem ersten, dritten und vierten Falle zu erhaltenden Tonfolgen beobachtet.

i) in der Histoire und den Memoires de l'academie royale des sciences 1709.

hat, daß ein Cylinder mehr als einen Ton geben könne, und mithin den ersten gehörten Klang eines Cylinders für den einzigen gehalten hat. Auch hat er darinnen sehr Unrecht, daß er das Wesen eines Klanges in Erzitterung der kleinsten Theile sucht, die er frémissemens nennet, und bey einem Cylinder sowohl Erzitterungen nach seinem Umfange, als nach seiner Länge (vibrations tant circulaires, que longitudinales) annimmt. Den nämlichen Irrthum begeht de la Hire, [k]) welcher die Beobachtung, daß ein Cylinder oder eine Feuerzange mehrere Töne geben kann, aus einer Erzitterung der kleinsten Theile zu erklären sich bemüht. Unter andern sucht er aus dem Umstande, daß eine Feuerzange nicht klingt, wenn man ihre beyden Hälften mit den Fingern zusammendrückt und sie schnell losläßt, aber höhere und stärkere Töne giebt, wenn sie an verschiedenen Stellen angeschlagen wird, darzuthun, daß der Klang nicht blos in pendelartigen Schwingungen des klingenden Körpers bestehe, sondern daß Erzitterungen der kleinsten Theile dazu erfordert würden. Hr. Prof. Funk [l]) behauptet zwar mit Recht, daß de la Hire nicht gut untersucht habe, und daß keine Erzitterung der kleinsten Theile Statt finde; erklärt aber den Versuch mit der Feuerzange eben so unrichtig, als de la Hire. Er sagt, eine Feuerzange klinge bey loslassung der vorher mit den Fingern zusammengehaltenen beyden Enden deswegen nicht, weil man die Finger nicht schnell genug zurückziehen könne, um die Schwingungen nicht zu hindern, dahingegen bey dem Anschlagen die Bewegung des Fingers oder eines andern anschlagenden Körpers geschwinder

sey,

k) in der Histoire und den Memoires de l'academie royale des sciences 1716.

l) in seinem Versuch über Schall und Ton, (sollte heißen: über Schall und Klang,) welcher in dem Leipziger Magazin für Naturkunde, Mathematik und Oeconomie, herausgegeben von Funk, Leske und Hindenburg, Jahrg. 1781. befindlich ist, S. 90, s. auch dessen Schrift: de sono et tono, Lips. 1779. S. 3.

sey, und mithin der Anfang der schwingenden Bewegung nicht gehindert werde. Man wird aber leicht einsehen, daß dieses nicht der wahre Grund des Klingens oder Nichtklingens ist, sondern daß nach dem schnellen Loslassen der vorher zusammengehaltenen Enden die Feuerzange deswegen nicht klinge, weil die beyden Schenkel viel zu langsam schwingen, als daß ein hörbarer Klang dabey Statt finden könne; daß aber der Klang bey dem Anschlagen deswegen stärker sey, weil die Feuerzange sodann einen und andern von den mannigfaltigen höhern Tönen giebt, die sie so, wie jeder andere elastische Blechstreifen, geben kann. Es scheint überhaupt, als ob fast alles, was schon lange vorher Daniel Bernoulli und Euler über die schwingende Bewegung elastischer Stäbe und Blechstreifen entdeckt hatten, dem Herrn Professor Funk, als er den jetzt angeführten Aufsatz schrieb, eben so, wie noch verschiednen andern Schriftstellern, die sich eigentlich davon hätten unterrichten sollen, ganz unbekannt gewesen sey. In des Hrn. v. Crousaz Abhandlung vom Schönen [m]) findet man über die Töne der Cylinder viel unrichtiges, z. B. daß man, um bey Cylindern, die aus der nämlichen Materie verfertiget sind, die Verhältnisse ihrer Töne zu finden, ihre Höhe durch das Quadrat ihres Diameters multipliciren müsse, u. s. w. Selbst Euler [n]) hat, bevor er auf Veranlassung des Daniel Bernoulli genauere Untersuchungen über die Schwingungen solcher elastischer Körper angestellt hatte, die ungegründete Meynung geäußert, als ob die Töne cylindrischer und prismatischer Stäbe blos von ihrer Länge abhiengen; indem man annehmen müsse, daß jede Faser für sich erzittere.

So

m) Ich habe nur die deutsche Uebersetzung bey der Hand, welche sich in dem ersten und zweyten Bande von Forkels musikalisch-kritischer Bibliothek findet. Die hier angeführte Stelle ist im 2ten Bande der musik. krit. Bibl. S. 83.

n) Tentamen novae theoriae Musicae cap. 1, §. 23.

So sehr die Erfahrung alle die vorhandenen richtigen Berechnungen über die Klänge elastischer Stäbe oder Blechstreifen bestätiget, eben so sehr weicht sie von alle dem ab, was über die Klänge **elastischer Ringe** gesagt ist. Nach den Behauptungen **Eulers** in der Schrift: de sono campanarum o) sollen die Klänge elastischer Ringe, aus welchen er auch die Klänge der Glocken zu erklären sucht, in folgenden Verhältnissen stehen: 1, $\sqrt{6}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{105}$, $\sqrt{196}$, u. s. w. Es sollen also, wenn man den Grundton als C ansieht, die übrigen in folgender Ordnung stehen: C, e—, $\overline{d}$—, $\overline{b}$—, $\overline{\overline{e}}$+, $\overline{\overline{b}}$—, $\overline{\overline{\overline{d}}}$+, ꝛc. In der Schrift: investigatio motuum, quibus laminae et virgae elasticae contremiscunt, p) behauptet er hingegen, daß, wenn der Grundton 1 ist, die übrigen Töne sich wie die Quadratzahlen von 2, 3, 4 u. s. f. verhalten sollen. Das nämliche hat Hr. **Golovin** q) zu bestätigen, und auf die Klänge der Harmonicaglocken anzuwenden gesucht. Es wird von diesen und andern Schriftstellern angenommen, daß, wenn ein elastischer Ring klingt, die Theile, in welche er sich eintheilt, aus und einwärts schwingen sollen; die Erfahrung lehrt aber, daß die Theile eines nicht allzubreiten elastischen Ringes, wenn man seine Lage als horizontal annimmt, geneigter sind, auf- und niederwärts, als aus- und einwärts zu schwingen, daß auch sowohl bey auf- und niederwärts, als auch bey aus- und einwärtsgehenden Schwingungen seiner Theile ganz andere Tonverhältnisse sich zeigen, als von den jetzt angeführten Schriftstellern ange-

o) in Nov. Comment. Acad. sc. Imp. Petrop. Tom. X.

p) in Actis Acad. sc. Imp. Petropol. pro anno 1779. P. I.

q) Applicatio tentaminis de sono campanarum autore L. Eulero, novorum commentariorum tomo X. inserti ad sonos scyphorum vitreorum, qui sub nomine instrumenti harmonici sunt cogniti, autore M. *Golovin.* in Actis Acad. sc. Imp. Petrop. pro ann. 1781. P. II.

angegeben sind. Bey dem einfachsten Klange wird die natürliche Gestalt des Ringes von den Schwingungen seiner Theile in vier Puncten, bey den übrigen in 6, 8 und so weiter in einer geraden Anzahl von Puncten durchschnitten. Die Töne stehen in den Verhältnissen der Quadratzahlen von 3, 5, 7 u. s. w. Wenn also der Grundton C ist, wird man folgende Reihe von Tönen erhalten:

Anzahl der Schwingungsknoten:	4,	6,	8,	10,	12,	14,	
Töne:	C,	fs,	$\overline{\text{fs}}$—,	$\overline{\overline{\text{ds}}}$—,	$\overline{\overline{\text{a}}}$+,	$\overline{\overline{\overline{\text{ds}}}}$,	u. s. w.

Um dieses durch Versuche zu bestätigen, lege man den Ring an drey Stellen, wo bey der verlangten Art des Klanges Schwingungsknoten sind, auf etwas starken Bindfaden, zusammengedrehetes Papier, oder ähnliche Unterlagen, drücke ihn, damit er sich nicht verrücke, mit ein paar Fingern auf die Unterlagen, und streiche mit dem senkrecht gehaltenen Violinbogen die Mitte eines schwingenden Theils; es werden bey diesem Verfahren die Töne mit den oben angegebenen Verhältnissen ziemlich genau übereinkommen. Wenn der Ring in der horizontalen Richtung seines Durchmessers gestrichen wird, erhält man die Klänge mit weniger Leichtigkeit, weil wegen der gewölbten Gestalt des Ringes jeder Theil sich nach innen zu so an die andern stemmt, daß die schwingende Bewegung dadurch einigermaßen erschweret wird. Die einfachsten Töne sind dabey fast um einen ganzen Ton, und die übrigen ungefähr um einen halben Ton, oder etwas weniger, höher, als man sie durch senkrechtes Streichen erhält. Zu Versuchen scheint etwas starker Messingdrat, dessen Enden mit Schlagloth sauber zusammengelöthet sind, am besten sich gebrauchen zu lassen.

Die gleichartigen Klänge an zween aus der nämlichen Materie verfertigten Ringen verhalten sich, wie deren Dicke, und umgekehrt, wie die Quadrate der Durchmesser.

Bey allen den Arten des Klanges, von welchen bisher die Rede war, kommt es nur auf elastische Krümmungen einzelner Linien an, weit mehreren Schwierigkeiten aber ist die Beurtheilung solcher Klänge unterworfen, bey denen ganze Flächen nach mehreren Dimensionen zugleich elastische Krümmungen annehmen, wofür man bisher weder die gehörigen Berechnungsarten ausfindig gemacht, noch brauchbare Versuche darüber angestellt hat. Das wenige, was von einigen darüber gesagt ist, stimmt größtentheils mit der Erfahrung gar nicht überein; da ich also bey meinen Beobachtungen über diese zusammengesetztern schwingenden Bewegungen einen ganz ungebahnten Weg betreten muß, verdiene ich desto mehr Nachsicht, wenn ich bisweilen irren sollte.

Zu deutlicher Darstellung solcher Klänge wird erfordert, daß man den klingenden Körper an einer oder mehreren Stellen, die bey der verlangten Art des Klanges in Ruhe bleiben, mit den Fingern oder auf andere Art halte, den Rand desselben an einer schicklichen Stelle unter einem rechten Winkel mit dem Violinbogen streiche, und, wenn man verlangt, daß die Abtheilung des klingenden Körpers sichtbar werden soll, auf die horizontal gehaltene Oberfläche desselben Sand streue, welcher von den schwingenden Stellen heruntergeworfen wird, und auf den nicht schwingenden Stellen ruhig liegend bleibt. Durch bloßes Anschlagen wird man nur wenige solche Klänge ohne Beymischung anderer deutlich genug hören können, auch wird dadurch keine so starke und anhaltende schwingende Bewegung entstehen, daß die Abtheilung des klingenden Körpers durch Ausstreuung des Sandes sichtbar gemacht werden könnte; es ist also hierzu schlechterdings nöthig, sich des Violinbogens zu bedienen. Wenn der Rand etwas zu scharf seyn sollte, muß ihm vermittelst einer Feile die Schärfe benommen werden, weil sonst die Haare des Violinbogens Schaden leiden. Am füglichsten wird

man den klingenden Körper an solchen Stellen halten oder berühren können, wo bey der verlangten Art des Klanges zwo feste Linien einander durchschneiden; indem sodann die Erzitterung der benachbarten Stellen weniger gehindert wird, und mehrentheils sowohl der Klang seblst, als auch die ihm zukommende Abtheilung des klingenden Körpers sich am deutlichsten wahrnehmen läßt. Manche solcher Arten der schwingenden Bewegung lassen sich ohne viele Mühe erhalten, zu manchen andern aber ist öfters viele Gedult, und eine anhaltende Uebung in dieser Art von Versuchen nöthig: man wird mich also keiner falschen Behauptungen beschuldigen, wenn die verlangte Art des Klanges nicht sogleich erscheinen will: bey fortgesetzten Experimentiren erreicht man seinen Endzweck endlich doch, und oft wird mancher sonst schwer zu erhaltende Klang sich unvermuthet zeigen, wenn man einen andern sucht.

Durch die elastischen Flächenkrümmungen wird die natürliche Gestalt des klingenden Körpers eben so in gewissen **Linien** durchschnitten, wie dieses bey den krummen Schwingungslinien der Saiten und Stäbe in gewissen **Puncten** geschieht. Zwo Stellen, die durch eine solche feste Linie von einander abgesondert sind, als fig. 82. a n b, und b o d, schwingen allezeit nach entgegengesetzten Richtungen, d. i. die Krümmung der einen Stelle befindet sich über deren natürlichen Lage, während die andere unter dieselbe gekrümmt ist, und so umgekehrt. Zwo Stellen, die in entgegengesetzten Winkeln stehen, z. B. a n b und c m d fig. 82. schwingen allemal nach der nämlichen Richtung. Bey den meisten Klangfiguren nehmen gewisse feste Linien mehrentheils schlangenförmige Krümmungen an, deren Anzahl bey jeder Figur bestimmt ist. An solchen neben einander gehenden Linien ist die Lage der Krümmungen fast allemal so beschaffen, daß entweder zwo unmittelbar neben einander befindliche Linien, oder in wenigen Fällen zwo durch eine gerade Linie getrennte schlangenförmige Linien gegenseitig sich einander nä-

hern, und von einander entfernen. In jedem Näherungspuncte können sie sich so verbinden, daß sie einander durchkreuzen; es nehmen also in diesem Falle zwo sich nähernde Krümmungen fig. 83. oder 84. die Gestalt von fig. 82. an. Eben so können zwo einander durchschneidende Linien fig. 82. sich in ihrer Mitte so trennen, daß zween gegen einander stehende Bogen krummer Linien fig. 83. oder 84. daraus werden. Oft theilen sich manche Bogen solcher festen Linien, die dem Rande des klingenden Körpers am nächsten sind, in ihrer Mitte, so daß fig. 86. ein solcher dem Rande gf entgegenstehender Bogen sich als zwey schief gegen einander laufende Enden von geraden oder krummen Linien (fig. 85.) darstellt, oder es erscheinen zwey gegen den Rand schief laufende Enden von Linien fig. 85. als ein Bogen einer krummen Linie. fig. 86. Alles dieses geschieht so häufig, daß man bey Beurtheilung der Figuren zwo einander durchschneidende Linien fig. 82, und zween gegen einander stehende Bogen krummer Linien fig. 83. und 84. in allen Fällen als gleichbedeutend annehmen, desgleichen auch fig. 85. und 86. allezeit mit einander verwechseln kann. Manche Figuren werden bisweilen dadurch so sehr verändert, daß man ohne gehöriger Uebung ihre eigenthümliche Gestalt nicht würde daraus beurtheilen können. Ueberhaupt erscheinen die meisten Figuren äußerst selten so regelmäßig, wie sie in den Tafeln gezeichnet sind; mehrentheils sind bey sehr zusammengesetzten Figuren manche Stellen so undeutlich, daß deren eigentliche Beschaffenheit aus dem Zusammenhange mit den übrigen deutlichern Stellen errathen werden muß. Der Ton ist bey einer abgeänderten Figur der nämliche, als wenn sich die Figur ganz regelmäßig zeigt. Der Grund solcher Abänderungen liegt bisweilen in der Gestalt des klingenden Körpers selbst, mehrentheils aber in der etwas ungleichen Dicke oder Elasticität desselben; öfters werden selbige auch dadurch veranlaßt, wenn man den klingenden Körper nicht genau an den Stellen hält oder berührt, wo eigentlich feste Linien seyn sollten, so daß man

oft

oft eine Figur durch wenige Verrückung der Finger nach Willkühr auf gewisse Arten mit Beybehaltung des nämlichen Tones abändern, oder die eigenthümliche Beschaffenheit derselben wiederherstellen kann.

An Blech- oder Glasstreifen, deren Gestalt ein Rectangel ist, sind außer den oben erwähnten, und von andern schon berechneten einfachern Schwingungsarten[r]) noch eine unendliche Menge anderer möglich, die zusammengesetzter, als die vorigen, und noch von niemanden untersucht

 sind.

r) Auch die oben erwähnten einfachen Klänge eines auch in die Breite ausgedehnten Blech- oder Glasstreifens sind bey weiten noch nicht hinlänglich untersucht; indem aus den Krümmungen, welche die festen Linien (die hier eben das sind, was ich vorher Schwingungsknoten nennte) in den meisten Fällen annehmen, erhellet, daß dabey oft Schwingungen nach mehr, als einer Richtung geschehen. Es kann nämlich eine jede einfache schwingende Bewegung eines solchen Körpers, bey welcher gleichsam eine unendliche Menge krummer Schwingungslinien mit einander parallel gehen, (z. B. fig. 93, wo eine ganze gleichseitig viereckige Scheibe so schwingt, wie ein freyer Stab bey fig. 152.) sich mit Beybehaltung des nämlichen Tones in eine zusammengesetztere Bewegung umändern, bey welcher Schwingungen nach zwo oder mehreren Richtungen einander unter schiefen oder rechten Winkeln durchschneiden; wenn dieses unter schiefen Winkeln geschieht, nehmen die festen Linien, welche eigentlich gerade seyn sollten, Krümmungen an; (aus fig. 93. wird sodann fig. 94.) geschieht es unter rechten Winkeln, so durchschneiden sich die festen Linien in den Näherungspuncten ihrer Krümmungen auch rechtwinklich. (fig. 93. zeigt sich alsdenn wie fig. 95.) Eben so können auch bey einer zusammengesetzten Bewegung die Winkel, unter welchen die Richtungen der Schwingungen einander durchschneiden, sich sehr verändern, so daß, wenn der Winkel = 0 ist, eine einfache, oder wenn die Bewegung sehr zusammengesetzt ist, eine weniger zusammengesetzte Bewegung daraus wird, bey welcher sich die festen Linien gerade zeigen.

sind. Bey diesen Klängen zeigen sich, soweit es die Breite des Rectangels zuläßt, 1, 2, oder mehrere nach der Richtung seiner Länge gehende feste Linien, außerdem aber noch feste Linien, die in die Quere gehen, und von den in die Länge sich erstreckenden rechtwinklich durchschnitten werden. Es sind solche Klänge in jedem der folgenden Fälle anders beschaffen:

1) Wenn beyde Enden frey sind,
2) Wenn das eine Ende befestiget, das andere aber frey ist,
3) Wenn beyde Enden befestiget sind.

Man kann hier auch, so wie es vorhin geschehen, zwischen einer gänzlichen und einer schwachen Befestigung einen Unterschied annehmen; es werden sich aber bey einer schwachen Befestigung eines oder beyder Enden äusserst wenige Klänge dieser Art, auch nur undeutlich und mit vieler Mühe hervorbringen lassen.

Bey dem ersten hieher gehörigen Klange eines Rectangels, dessen beyde Enden frey sind, geht eine feste Linie in die Länge, und eine in die Quere. fig. 157. Man wird diesen Klang erhalten können, wenn die Mitte des Rectangels mit einem Finger oben, und mit einem andern Finger unten gehalten, und eine der Stellen b, f, h oder p gestrichen wird. Die beyden Rectangel a g d c und c m k e schwingen aufwärts, während die beyden andern g n c m und d c s k niederwärts schwingen, und so umgekehrt; eben so, wie bey jedem andern solchen Klange allemal die Theile des klingenden Körpers, welche in entgegengesetzten Winkeln stehen, nach der nämlichen Richtung, die aber durch eine Linie von einander abgesondert sind, nach entgegengesetzten Richtungen schwingen, welches ich nicht nöthig haben werde, bey jeder einzelnen Art des Klanges zu widerholen. Bey dem folgenden Klange (fig. 158.) wird die in die Länge sich erstreckende Linie von zwo

Quer-

Querlinien durchschnitten, bey dem nächstfolgenden von dreyen Querlinien u. s. f. es kann auch mehr als eine in die Länge sich erstreckende Linie vorhanden seyn, entweder ganz allein, oder von Querlinien durchschnitten. Zu Hervorbringung dieser Schwingungsarten halte man den Blech- oder Glasstreifen an einer der Stellen, wo zwo Linien einander durchschneiden, oder wenigstens auf einer festen Linie, und streiche an einer der langen Seiten desselben in der Mitte eines schwingenden Theils. Die zu haltenden und streichenden Stellen wird man bey weniger Uebung leicht zu finden wissen.

Ist das eine Ende des elastischen Blechstreifens **befestiget, das andere aber frey,** so zeigt sich bey dem tiefsten hieher gehörigen Klange nur eine in die Länge gehende Linie, aber keine in die Quere, fig. 159. bey dem zweyten außer der in die Länge gehenden auch eine Querlinie, fig. 160. bey den folgenden 2, fig. 161, 3 oder mehrere Querlinien, es kann auch, soweit es die Breite des Blechstreifens verstattet, mehr als eine Linie in die Länge gehen, und auch in diesem Falle kann entweder gar keine, oder es können 1, 2, 3 und mehrere Querlinien vorhanden seyn. Man wird jeden Klang dieser Art erhalten können, wenn man eine feste Linie mit einem Finger berührt, und mit dem Violinbogen an einer schicklichen Stelle streicht.

Wenn beyde Enden eines elastischen Blechstreifens **befestiget** sind, so kann man ebenfalls, wenn schickliche Stellen berührt und gestrichen werden, eine Menge von zusammengesetzten Klängen erhalten; [s]) bey dem tiefsten derselben zeigt sich nur eine in die Länge gehende Linie fig. 162. bey dem nächsten ist diese von einer Querlinie durchschnitten, fig. 163. bey dem folgenden

s) Die Figuren dieser Klänge kann man auf jedem Sägeblatte, wenn die Säge horizontal an etwas angestemmt und Sand aufgestreuet wird, zu sehen bekommen.

genden von 2 Querlinien fig. 164. u. s. f. Auch kann sich mehr als eine in die Länge gehende Linie entweder allein, oder von Querlinien durchschnitten, zeigen.

Von den gewöhnlichsten Abänderungen, welchen viele dieser Klänge unterworfen sind, habe ich bey fig. 165. und 166. Beyspiele gegeben; beyde Figuren stellen den Klang eines an beyden Enden befestigten Blechstreifens vor, wo eine in die Länge gehende Linie von fünf Querlinien durchschnitten ist: auch bey andern Klängen zeigen sich die nämlichen Arten der Abänderung sehr oft.

Da die von mir bisher angestellten Versuche noch nicht hinlänglich sind, um die Tonverhältnisse bey jeder Schwingungsart genau zu bestimmen; indem selbige bey jeder Aenderung des Verhältnisses der Länge und Breite auch unter sich sehr verschieden sind: so lasse ich es vorjetzt dabey bewenden, fast nur von der Existenz dieser Klänge einige Nachricht gegeben zu haben; behalte mir aber vor, sowohl über die Tonverhältnisse, als auch über die andern Eigenschaften derselben vielleicht in der Folge mehrere Bemerkungen zu liefern.

Die Klänge der Glocken sind bisher mit keinem guten Erfolge untersucht worden; indem die Erfahrung fast allen darüber vorhandenen Behauptungen schlechterdings widerspricht. Man hat sich nämlich die ungegründete Vorstellung gemacht, als ob eine Glocke gleichsam aus einer unendlichen Menge elastischer Ringe bestehe, und die Klänge derselben daraus zu erklären sich bemühet; da sie doch vielmehr aus allgemeinen Eigenschaften elastischer Flächenkrümmungen zu erklären sind, für welche die gehörigen Berechnungsarten erst noch gefunden werden müssen, so wie sie Euler und andere für elastische krumme Linien gefunden haben.

An

An runden Blech- oder Glasscheiben finden ziemlich die nämlichen Arten der schwingenden Bewegung Statt, wie an Glocken, die Tonverhältnisse derselben weichen auch nicht sehr von einander ab. Runde Scheiben sind aber zu mehreren Beobachtungen brauchbar, weil sich jede Art der Abtheilung auf ihrer geraden Oberfläche durch etwas aufgestreueten Sand sichtbar machen läßt, und sie wegen ihrer geringern und gleichern Dicke mehrere Töne geben können, als eine Glocke zu geben im Stande ist.

Bey dem Grundtone einer Glocke oder runden Scheibe, welcher der einzige ist, von dem man Gebrauch zu machen pflegt, theilt sie sich, wenn man fig. 2. bey p, n, m oder f streicht oder anschlägt, in vier Theile, durch deren Schwingungen die natürliche Gestalt des klingenden Körpers in den zwo Linien gt und rq durchschnitten wird. An jeder beliebigen Stelle einer von beyden Linien kann man die Glocke oder Scheibe berühren, oder auf andere Art dämpfen, ohne daß die schwingende Bewegung dadurch gehindert wird; es wird vielmehr der Klang dadurch reiner und bestimmter, weil eine solche Berührung oder Dämpfung das öfters sehr unangenehme Mitklingen höherer Töne verhindert. t) Auf einer Scheibe wird die Abtheilung derselben durch Aufstreuung des Sandes sichtbar, so daß sie, wie fig. 2. erscheinet; an Glocken, Trinkgläsern, porcellanenen Spühlnäpfen oder andern Gefäßen, läßt sie sich auf eine in die Augen fallende Art darstellen, wenn die Glocke oder das Gefäß fig. 3. zum Theil mit Wasser angefüllt,

t) Man könnte vielleicht von dieser Bemerkung auch bey größern Glocken, wenn höhere Töne auf eine unangenehme Art mitklingen, Gebrauch machen, und an einer Stelle, die um 45 oder 135 Grade von dem Orte entfernt ist, wo der Hammer oder Klöppel anschlägt, Dämpfungen anbringen, um den Grundton ganz allein zu hören.

gefüllt,*) und an einer von den Stellen p, n, m oder f gelinde mit dem Violinbogen gestrichen wird, das Wasser wird sodann von den vier erzitternden Theilen gq, qt, tr und rg nach der Mitte des Gefäßes getrieben, und diese Bewegung zeigt sich ungefähr so, wie sie fig. 3. vorgestellt ist. Noch besser wird sich der Versuch ausnehmen, wenn man die Glocke oder das klingende Gefäß in ein anderes weit geräumigeres Gefäß setzt, und in beyde bis zu gleicher Höhe Wasser gießt; es werden alsdenn von den vier schwingenden Theilen Wasserstrahlen nach außen und nach innen geworfen; es versteht sich dabey von selbst, daß man das innere Gefäß auf den Boden des äußern entweder ankütten oder vermittelst eines in das innere Gefäß gehaltenen Stabes anstemmen müsse, damit es bey dem Streichen sich nicht verrücke.

Eine **Harmonicaglocke**, bey der man, während daß sie sich um ihre Axe dreht, einen nassen Finger oder eine andere reibende Materie *) an den Rand, oder nahe dabey an die äußere Oberfläche hält, theilt sich, wenn

*) Durch Eingießen des Wassers werden die Töne der Glocken und Gefäße tiefer. Hr. von Crousaz behauptet mit Unrecht das Gegentheil in seiner Abhandlung vom Schönen, wie denn überhaupt in dieser Schrift viele falsche Behauptungen über die Töne der Glocken und anderer klingenden Körper vorkommen.

*) Eine sich um ihre Axe drehende Harmonicaglocke klingt auch, wenn man an den Rand eine etwas weiche Materie, die mit Colophonium oder einem andern Harze bestreuet ist, andrückt. In Forkels musikalischen Almanach auf 1782. wird S. 31. gesagt, daß elastisches Harz die Stelle des angehaltenen Fingers am besten vertrete; es ist aber diese Behauptung der Erfahrung nicht gemäß; indem dasselbe zwar als Unterlage unter die reibende Materie gebraucht

wenn sie ihren Grundton giebt, ebenfalls in vier schwingende Theile ein, welche aber jeden Augenblick ihre Stelle verändern, und sich durch den ganzen Umfang der Glocke fortschieben. Der Ton ist dabey ganz der nämliche, als wenn die Glocke angeschlagen oder mit dem Violinbogen gestrichen würde, aber in Ansehung der Stelle, durch deren Reibung die schwingende Be-

braucht werden kann, aber schlechterdings nicht unmittelbar an die Glocken gedrückt werden darf, weil dadurch, so wie auch durch angehaltenen Kork u. dgl. ein unerträgliches Geschwirre entsteht.

Auch porcellanene Spühlnäpfe und ungehenkelte Tassen werden bey dieser Behandlung einen fortdaurenden Klang geben können, wie auch metallene Glocken, wenn sie dünn genug sind, und die äusere Oberfläche nahe am Rande, wo die reibende Materie angehalten wird, so glatt als möglich ist. Man könnte also auch aus metallenen oder porcellanenen Glocken eine Harmonica verfertigen, die, so wie eine Glasglockenharmonica, entweder mit den Fingern, oder auch vermittelst einer Tastatur gespielt werden könnte. Vielleicht würde es der Mühe werth seyn, mit metallenen Glocken Versuche anzustellen; aber eine porcellanene Harmonica zu verfertigen, ist niemanden anzurathen, weil die meisten Glocken, da sie ziemlich dünn seyn müßten, durch die starke zum Brennen erforderliche Hitze schief werden, und die wenigen brauchbaren wegen der beträchtlichen Härte des Porcellans äußerst schwer durch Schleifen zu stimmen seyn würden, übrigens ein solches Instrument vermuthlich in keiner Rücksicht einer gläsernen Harmonica vorzuziehen seyn möchte.

Ueber die Anbringung einer Tastatur an die Harmonica, und über die Mittel, um einigen dabey sich zeigenden Schwierigkeiten abzuhelfen, werde ich vielleicht zu einer andern Zeit einige Bemerkungen liefern, wenn nicht etwa einer von denen, die mit gutem Erfolge an die Harmonica eine Tastatur angebracht haben, (etwa Hr. Röllig oder Nikolai) sich entschließen sollte, mehrere Auskunft darüber zu geben, und das dabey erforderliche Verfahren bekannt zu machen.

wegung hervorgebracht wird, zeigt sich ein Unterschied; indem da, wo die Glocke angeschlagen oder mit dem Violinbogen gestrichen wird, allezeit ungefähr die Mitte eines schwingenden Theils ist, so daß die Entfernung der nächsten festen Linie von dieser Stelle ungefähr 45 Grade beträgt, da hingegen bey einer Harmonicaglocke, die sich um ihre Axe dreht, an der geriebenen Stelle eine feste Linie ist, in welcher die natürliche Gestalt der Glocke von den Schwingungen durchschnitten wird. So stelle fig. 2. eine um ihre Axe sich bewegende Harmonicaglocke vor; wenn in g die Friction geschieht, wird man auch an jeder beliebigen Stelle der Linien g t und q r die Glocke berühren, oder ebenfalls eine reibende Materie anbringen können, ohne daß der Klang dadurch gehemmt wird; berührt man aber eine zwischen diesen Linien befindliche Stelle, so wird die schwingende Bewegung gehindert.

Der als Verfertiger sehr guter Harmonica's bekannte Hr. v. Meyer rechnet den Umstand mit unter die Schwierigkeiten bey Erbauung eines solchen Instruments, daß viele Glocken nicht brauchbar sind, weil sie mehr als einen Ton von sich geben. y) Dieses ist, meines Erachtens, nicht sowohl von dem Mitklingen höherer Töne, bey denen sich die Glocke anders abtheilt, zu verstehen, sondern vielmehr von Verschiedenheit des Grundtons, der, wenn die Elasticität der Glocke nicht überall gleich ist, an einer Stelle anders ausfällt, als an der andern. Um diesen Umstand durch Versuche zu erläutern, streiche man eine mit einem Henkel versehene porzellanene Tasse fig. 79. mit dem Violinbogen an einer Stelle, die um 45 oder 135 Grade von dem Henkel a c entfernt ist, als bey d, p, g oder f, so wird auf den Henkel eine feste Linie fallen und ein etwas höherer Ton gehöret werden, als wenn fig. 80. die nämliche Tasse bey dem Henkel, oder ihm gegenüber, oder an

y) in dem Journal von und für Deutschland 1784. im siebenten Stücke S. 3.

an einer 90 Grade davon entfernten Stelle, als bey c, m, b oder n gestrichen wird, und mithin der Henkel in der Mitte eines schwingenden Theiles ist. Der Unterschied in diesen beyden Fällen wird bey gewöhnlichen Tassen ungefähr einen halben Ton betragen. Die nämliche Bewandniß hat es mit Glocken, bey welchen leicht durch eine geringe Excentricität des Halses, durch eine Ungleichheit der Dicke u. s. w. eine Verschiedenheit des Tones verursacht werden kann; es sind sodann, wie an der porcellanenen Tasse gezeigt ist, allemal vier Stellen, wo der Ton tiefer, und vier andere, wo er höher ist, zwischen zwo solchen Stellen erhält man entweder gar keinen vernehmlichen Klang, oder er schwebt zwischen dem tiefern und höhern Tone auf eine äusserst unangenehme Art. Wenn also eine Harmonicaglocke diesen Fehler hat, wird bey jeder Umdrehung derselben viermal der tiefere, und eben so oft der höhere Grundton abwechselnd gehöret. Vielleicht könnte dieses Uebel, wenn sich der eigentliche Sitz desselben bestimmen läßt, in manchen Fällen durch Schleifen weggeschafft werden. Wenn sich an Glocken, die zum Läuten oder Anschlagen gebraucht werden, dieser Fehler zeigt, werden sie doch einen reinen Klang geben können, wenn man die Einrichtung trifft, daß der Hammer oder Klöppel nur an solchen Stellen anschlagen kann, wo entweder der tiefere oder der höhere Grundton deutlich gehöret wird, wobey man an den gehörigen Stellen Dämpfungen anbringen könnte, um das Mitklingen des andern Tones zu verhindern.

Eine Glocke oder runde Scheibe kann außer ihrem Grundtone noch viele andere Klänge geben, bey denen drey, vier oder mehrere feste Linien vorhanden sind;[z]) außer diesen aber finden noch eine unendliche Menge anderer

 Schwin-

z) Einen ziemlich rauhen Klang, der ungefähr um anderthalbe Octave tiefer war, als der eigentliche Grundton, und bey welchem die natürliche Gestalt der

Schwingungsarten Statt, bey denen die natürliche Gestalt der Scheibe oder Glocke in 1, 2, 3 oder mehreren concentrischen Kreißen entweder ganz allein, oder auch zugleich in geraden oder krummen Linien durschnitten wird.

Die Figuren der Klänge, wo nur Linien, [a]) aber keine Kreiße vorhanden sind, zeigen sich sternförmig, wenn alle Linien ihrer eigenthümlichen Bestimmung gemäß einander in der Mitte durchschneiden; oft aber verändern die Linien ihre Lage, und trennen oder verbinden sich auf sehr mannigfaltige Art, wobey aber der Ton, ungeachtet der sehr veränderten Richtung der Schwingungen, doch ganz der nämliche bleibt.

Bey dem Grundtone und bey den übrigen Arten des Klanges, wo sich sternförmige Figuren zeigen, machen nicht etwa, wie man glauben könnte, die

der Scheibe durch die Schwingungen beyder Hälften nur in einer Linie (np, fig. 1.) durchschnitten ward, habe ich bisweilen an Scheiben, die in ihrer Mitte befestiget waren, mit einiger Mühe erhalten, wenn ich eine oder mehrere Stellen der Linie np berührte, und bey q oder m streiche. Es scheint aber dieser Klang nicht zu der Reihe der Klänge, von welchen hier die Rede ist, zu gehören, sondern nach den nämlichen Grundsätzen beurtheilt werden zu müssen, wie der oben erwähnte einfachste Klang einer Gabel, oder eines in der Mitte unbeweglich befestigten Blechstreifens, bey welchem jede Hälfte eben so ihre Schwingungen macht, wie ein an dem einem Ende unbeweglicher, an dem andern aber freyer Stab oder Blechstreifen bey seinem einfachsten Klange.

a) Wenn ich Linien und Kreiße von einander unterscheide, nehme ich das Wort Linie nicht im geometrischen Sinne, sondern verstehe darunter eine solche Linie, die sich vom Rande der Scheibe durch deren inneren Theile bis wieder zum Rande erstreckt. Wem dieses misfällt, dem stehet es frey, sich eines andern Ausdrucks zu bedienen, oder zu dem Worte Linie ein angemessenes Prädicat hinzuzufügen.

die Stellen, welche dem Rande am nächsten sind, die weitesten Schwingungen, sondern der Punct, wo die Schwingungen am weitesten sind, oder der **Mittelpunct der Schwingungen** ist in jedem schwingenden Theile in einiger Entfernung von dem Rande, und eine aus diesem Puncte auf die natürliche Lage der Fläche senkrecht gezogene Linie wird als der **Durchmesser** der elastischen Flächenkrümmung anzusehen seyn. Wenn unter dem Sande, dessen man sich zum Bestreuen bedient, ganz feine Staubtheilchen befindlich sind, und die Scheibe ganz genau horizontal gehalten wird, werden diese Puncte oft sichtbar; indem der feinste Staub auf denselben sich anhäuft, wovon man die Ursachen sich leicht selbst wird erklären können. Es wird also in diesem Falle bey sternförmigen Figuren ein jeder schwingender Theil nicht allzuweit von dem Rande mit einem solchen Puncte versehen, so wie z. B. fig. 76.[b]) erscheinen; eben so wird man auch öfters bey allen übrigen Figuren, sowohl auf runden Scheiben, als auch auf Scheiben von jeder andern Gestalt, die Mittelpuncte der Schwingungen in einem jeden mit festen Linien umgebenen schwingenden Theile, ingleichen auch mitten zwischen zween aus einander gekrümmten Bogen fester Linien auf die nämliche Art sehen können, so daß sich alsdenn z. B. fig. 19. wie fig. 77, und fig. 20. wie fig. 78. zeigt. Ich halte dafür, daß dieser Umstand vorzügliche Aufmerksamkeit verdient, und viel zu richtiger Beurtheilung der schwingenden Bewegungen beytragen kann.

Nächst dem Grundtone einer Glocke oder runden Scheibe ist der einfachste der, bey welchen sie (fig. 4.) sich in sechs einander gleiche schwingende Theile eintheilt, wodurch die natürliche Gestalt derselben in den drey festen

b) Bey dieser Figur sind durch ein Versehen die Puncte etwas zu weit von dem Rande entfernt.

sten Linien h f, n t und o g durchschnitten wird. Der Ton einer Scheibe ist dabey um eine große None höher, als der Grundton; an Glocken, Trinkgläsern und andern Gefäßen beträgt, so wie auch bey den folgenden Tönen, der Unterschied öfters etwas mehr, oder weniger, nachdem ihre Gestalt verschieden ist; bisweilen habe ich bey dieser Schwingungsart den Ton um eine Decime oder Undecime, bisweilen aber kaum um eine Octave höher, als den Grundton befunden. Man erhält diesen Klang leicht, wenn man die Glocke oder Scheibe in der Mitte hält oder aufstemmt, zugleich aber noch eine andere Stelle auf einer der festen Linien berührt, und an einer ungefähr 30 oder 90 Grade davon entfernten Stelle, als bey q, r, p, b, d oder m mit dem Violinbogen streicht. An Harmonicaglocken, die einen tiefen Ton geben, läßt sich dieser Klang bisweilen einzeln zum Vorschein bringen, wenn man an zwo Stellen zugleich, die um den sechsten oder den dritten Theil des Umfangs derselben von einander entfernt sind, reibende Materien anhält. Der bey dem Grundtone schon erwähnte und fig. 3. vorgestellte Versuch mit einem zum Theil mit Wasser angefüllten Gefäße läßt sich auch bey diesem Klange anstellen, wenn man nämlich fig. 5. ein Gefäß auf den Tisch stellt, oder eine Glocke, in die man Wasser gegossen hat, in der Mitte befestiget, den Daumen der linken Hand bey f, und den zweyten oder dritten Finger derselben Hand bey h, n oder o, nicht allzuweit von dem Boden des Gefäßes anhält, und bey p oder r mit dem Violinbogen streicht; die von jedem sechsten Theile des Gefäßes fortgestoßenen Wasserstrahlen werden sich dabey ungefähr wie fig. 5. zeigen.

Zu Hervorbringung der folgenden Klänge mit vier, fünf, sechs und mehreren festen Linien halte man die Scheibe in ihrer Mitte mit zween Fingern, oder wenn sie zu groß ist, um auf diese Art gehalten zu werden, so lege man sie in ihrer Mitte auf eine nicht allzuharte Materie, wozu etwa Kork,

Pappe,

Pappe, Leder u. dgl. zu gebrauchen sind, drücke sie oben mit einem Finger auf die Unterlage, berühre mit andern Fingern der nämlichen Hand zwo oder mehrere Stellen, wo feste Linien seyn sollen, und streiche an den gehörigen Stellen des Randes mit dem Violinbogen. So wird man auch bey Glocken oder Gefäßen durch Berührung und Streichung schicklicher Stellen jeden von diesen Klängen einzeln erhalten können.

Den Klang, wo sich vier Linien zeigen, fig. 6. habe ich beynahe um eine kleine Septime höher, als den vorigen, und 2 Octaven höher, als den Grundton befunden. Eine sehr gewöhnliche Abänderung dieser Klangfigur ist fig. 7; man erhält sie leicht bey den meisten Scheiben, wenn man sie nicht in der Mitte, sondern bey p, wo die beyden Linien einander durchschneiden, etwa mit dem Daume oben, und mit dem zweyten oder dritten Finger unten, hält, und bey f oder n, oder allenfalls bey r oder s streicht. Der Klang, wo die Scheibe in fünf Linien durchschnitten wird, fig. 8. ist um etwas weniger als eine kleine Sexte höher als der vorige; zwo Abänderungen von der sternförmigen Gestalt finden sich bey fig. 9. und 10; erstere zeigt sich oft, wenn die Scheibe bey p oder q gehalten, und bey k, n, m oder o gestrichen wird, letztere erhielt ich ein paar mal, wenn ich bey r oder s die Scheibe hielt, und bey n, t, l oder k strich.

Bey sechs festen Linien (fig. 11.) ist der Ton einer Scheibe ungefähr um eine falsche Quinte höher, als bey fünfen; wenn sieben feste Linien vorhanden sind, (fig. 12.) nimmt die Höhe ungefähr um eine Quarte zu, bey acht Linien, (fig. 13.) ungefähr um eine große Tertie u. s. w. Die Klänge mit sechs und sieben festen Linien zeigten so wie die vorigen, nicht immer sternförmige Figuren mit 12 und 14 Stralen, wie fig. 11. und 12, sondern änderten sich auf mancherley Art ab, ich habe aber keine dieser abgeänderten Figuren abgebildet, weil sie mehrentheils nicht bestimmt genug wa-

ren, da hingegen der Klang, bey welchem sich acht feste Linien als ein 16strahliger Stern zeigen, (fig. 13.) vorzüglich zu vielen sehr regelmäßigen Abänderungen geneigt zu seyn scheint, von denen drey bey fig. 14, 16 und 17. zu sehen sind; erstere zeigt sich nach länger fortgesetzten Streichen mehrentheils wie fig. 15. Sowohl diese, als auch fig. 16. sind mir oft vorgekommen, fig. 17. aber, und noch verschiedene andere, nur ein oder ein paarmal.

Eben so kann eine Scheibe, wenn sie groß und dünn genug ist, noch mehrere Klänge geben, bey welchen sie in 9, 10 oder mehreren Linien durchschnitten wird, die sich entweder sternförmig, oder auf verschiedene Art abgeändert zeigen können. Auf einer Glocke wird man aber nicht leicht so viele Töne erhalten können, als auf einer Scheibe, weil ihre Dicke solches gemeiniglich verhindert

Wenn das tiefe C als der Grundton einer geraden Scheibe angesehen wird, so habe ich bey den jetzterwähnten Schwingungsarten ungefähr folgende Reihe von Tönen angetroffen:

Zahl der Linien:	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	
Töne:	C,	d,	$\bar{c}$,	$\bar{g}+$,	$\bar{\bar{cis}}$,	$\bar{\bar{fis}}$,	$\bar{\bar{b}}$,	u. s. w.

Diese Folge von Tönen scheint beynahe mit den Quadratzahlen von 2, 3, 4 u. s. w. übereinzukommen. Bey Glocken und Gefäßen von verschiedener Gestalt betragen die Unterschiede der Töne, wie schon oben erinnert worden, öfters etwas mehr oder weniger, als auf einer geraden Scheibe, deren Dicke überall gleich ist. Die Behauptung Eulers, [c]) daß die Töne der

c) de sono campanarum, in Nov. Comm. Ac. Sc. Imp. Petrop. Tom. X.

der Glocken sich verhalten wie 1, $\sqrt{6}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{105}$, $\sqrt{196}$ u. s. w. und mithin, wenn der Grundton C ist, die übrigen Töne e—, $\bar{d}$—, $\bar{b}$—, $\bar{\bar{e}}$+, $\bar{\bar{b}}$— u. s. w. seyn sollen, wird also hinlänglich von der Erfahrung widerlegt;[d]) eben so wenig wird die von Hrn. **Golovin**[e]) angegebene Tonfolge, nach welcher, wenn der Grundton =1 ist, die übrigen Töne sich wie die Quadrate der Zahlen 2, 3, 4 u. s. w. verhalten sollen, von der Erfahrung bestätiget; indem zwar die Progression der Zahlen selbst richtig zu seyn scheint, der Grundton aber sodann nicht mit der Einheit, sondern mit der Quadratzahl von 2 übereinkommt. Beyde jetzt angeführte Schriftsteller haben nämlich diese Schwingungsarten der Glocken aus den Schwingungen elastischer Ringe[f]) zu erklären gesucht, aber 1) kommen die berechneten Tonfolgen selbst an elastischen Ringen nicht mit der Erfahrung überein, sondern die Töne der Ringe stehen in den Verhältnissen der Quadrate der ungeraden Zahlen 3, 5, 7 u. s. w. 2) treffen weder die in den angeführten Schriften angegebenen, noch die von mir beobachteten Tonfolgen elastischer Ringe mit denen überein, welche die Erfahrung an runden Scheiben und Glocken zeiget. 3) scheinen die oben erwähnten Bemerkungen über die in einiger Entfernung von dem Rande befindlichen Mittelpunkte der Schwingungen ganz

d) Euler hat auch selbst die Bescheidenheit gehabt, alles, was er daselbst über die Töne der Glocken gesagt hat, für bloße Hypothesen zu erklären.

e) in der oben angeführten Schrift über die Töne der Harmonicaglocken in Actis Acad. sc. Imp. Petropol. pro anno 1781. P. II.

f) Auch andere Schriftsteller, die etwas über die Schwingungen einer Glocke sagen, bedienen sich einer solchen Erklärungsart, und äusern die ungegründete Meynung, als ob jeder dieser Ringe einen andern Ton gebe, der Ton des äusersten Ringes aber der tiefste und stärkste sey, und die ganze Harmonie (oder vielmehr äußerste Disharmonie) dieser unendlich vielen Töne gleichsam einen Ton ausmache.

andere Eigenschaften zu verrathen, als daß sie aus den Schwingungen elastischer Ringe könnten erklärt werden. 4) findet sich bey den Abänderungen der sternförmigen Figuren, und bey den folgenden zusammengesetztern Schwingungsarten, ingleichen auch bey den Klängen flacher elastischer Körper von anderer, als runder Gestalt, nicht der mindeste Anlaß, um selbige aus Schwingungen elastischer Ringe zu erklären, so daß also diese Erklärungsart der Analogie mit andern Klängen ganz widerspricht. Es müssen also schlechterdings erst allgemeine Berechnungsarten für elastische Flächenkrümmungen gefunden werden, ehe die eigentliche Beschaffenheit sowohl der einfachern, als der zusammengesetztern Schwingungsarten einer Glocke oder einer Scheibe von jeder gegebenen Gestalt genauer bestimmt werden kann.

Die Arten des Klanges, bey denen die natürliche Gestalt des klingenden Körpers in 1, 2, 3 oder mehreren Kreißen entweder allein, oder auch zugleich in geraden oder krummen Linien durchschnitten wird, lassen sich nicht füglich auf Glocken oder Gefäßen hervorbringen, außer etwa auf metallenen Uhrglocken, die groß und überall dünn genug sind, höchstens noch fig. 18, 19 oder 20; auf einer runden Scheibe läßt sich aber die Hervorbringung derselben viel weiter treiben. Der Klang, wo nur ein fester Kreiß sich zeigt, wird erhalten, wenn man (fig. 18.) die Scheibe bey n, in einer Entfernung von dem Rande, die ungefähr den neunten Theil ihres Durchmessers betragen kann, mit zween Fingern festhält, und bey m streicht. Es scheint bey diesem Klange die schwingende Bewegung weit einfacher zu seyn, als bey irgend einem andern; indem die ganze Scheibe in jedem ihrer Durchmesser so gekrümmt ist, wie ein Stab bey fig. 151. Der Ton ist dabey um eine kleine Sexte höher, als der Grundton. Mit noch mehrerer Leichtigkeit, und fast allezeit auf den ersten Strich, erscheint der Klang, (fig. 19.) bey

welchem

welchem sich ein Kreiß und eine mitten durch die Scheibe gehende gerade Linie zeigt, wenn man bey n, wo der Kreiß und die gerade Linie einander durchschneiden, oder allenfalls zwischen n und a die Scheibe mit 2 Fingern hält, und ungefähr bey p, in einer Entfernung von 90 Graden von der gehaltenen Stelle streicht. Der Ton ist dabey ungefähr um eine None höher, als fig. 18. Fast eben so leicht erscheint ein Kreiß mit 2 geraden Linien, die sich in der Mitte durchschneiden, (fig. 20.) wenn man bey n, oder zwischen n und f die Scheibe hält, und etwa 45° davon, bey m, streicht; sollte dieser Klang nicht sogleich zum Vorschein kommen wollen, so darf man nur die Scheibe zugleich entweder bey g oder bey p an irgend einem eckigen und nicht allzuharten Körper anstemmen. Der Ton ist beynahe um eine kleine Septime höher, als der vorige. Eine Abweichung von der regelmäßigen Figur dieses Klanges findet sich bey fig. 21, ich habe diese Figur verschiedenemal erhalten, wenn ich bey n mit dem zweyten oder dritten Finger, und bey h mit dem Daumen der linken Hand die Scheibe bey der Stelle i anstemmte, und bey g, m oder f strich. Um fig. 22, wo ein Kreiß und 3 gerade Linien sich zeigen, darzustellen, halte man die Scheibe zwischen a und f, und berühre entweder mit einem Finger die Linie cl, wo die zweyte Linie seyn soll, oder wenn man nicht so weit spannen kann, so stemme man die bey a gehaltene Scheibe am Ende einer Linie bey q oder t an, und streiche zwischen den Enden zweyer Linien, als bey m oder n. Durch eben solches Verfahren wird man auch andere dergleichen radförmige Figuren, als fig. 23, wo ein Kreiß mit 4 Linien, und fig. 24, wo ein Kreiß mit 5 Linien vorhanden ist, leicht erhalten können, wenn man z. B. fig. 23. zwischen a und x die Scheibe mit zween Fingern hält, und dabey entweder einen andern Finger zwischen g und n, an der Stelle, wo die nächste Linie seyn soll, anhält, oder die Scheibe bey r oder q, am Ende einer Linie an etwas anstemmt, und in der Mitte einer schwingenden Stelle als bey f oder p

 streicht.

streicht. Mehrentheils wird es auch um diese und mehrere solche Klänge zu erhalten, hinlänglich seyn, die Scheibe nur an einer Stelle, nahe am Rande mit zween Fingern zu halten, und an verschiedenen Stellen mit dem Violinbogen zu streichen, da sich denn die mancherley radförmigen Figuren leicht durch verschiedene Töne verrathen, und bey Aufstreuung des Sandes sichtbar seyn werden.

Bey den nunmehr zu erwähnenden Arten des Klanges, wo sich mehr als ein Kreiß zeiget, ist dieses merkwürdig, daß die Kreiße bey jedem Klange eine bestimmte Anzahl von Biegungen haben, ausgenommen der innerste Kreiß, welcher bisweilen ganz zirkelförmig, mehrentheils aber oval ist. Die Anzahl der Biegungen ist bey jedem Kreiße die nämliche, ihre Lage ist allezeit so beschaffen, daß die Bogen zweener benachbarten Kreiße sich gegenseitig einander abwechselnd nähern und von einander entfernen, und mithin der erste Kreiß mit dem dritten, der zweyte mit dem vierten u. s. w. parallel geht, doch mit dem Unterschiede, daß die Bogen der Kreiße immer flacher werden, je näher die Kreiße der Mitte der Scheibe sind.

Um jede Art des Klanges, bey welcher zween und mehrere Kreiße sich entweder allein, oder auch von Linien durchschnitten zeigen, einzeln zum Vorschein zu bringen, wird nichts weiter erfordert, als daß man mit dem Daumen an einer Stelle, und mit einem andern Finger derselben Hand an einer andern Stelle des Randes, wo Hervorragungen des äusern Kreißes, oder allenfalls wo Enden von Linien sind, die Scheibe berühre, und sie vermittelst dieser beyden Finger an einer gegenüber befindlichen Stelle, wo eine auswärtsgehende Biegung des äußern Kreißes oder allenfalls ein Ende einer Linie ist, an irgend einen nicht allzuharten Gegenstand anstemme, und, nachdem man etwas Sand auf die Oberfläche gestreuet hat, an einer Stelle des Randes, wo Einbiegungen des äußern Kreißes sind, mit dem in der

andern Hand gehaltenen Violinbogen streiche. Z. B. bey fig. 25. drücke man mit dem bey m angehaltenen Daumen, und einem andern bey n angehaltenen Finger der linken Hand die Scheibe bey p an einen festen, aber nicht allzuharten Körper, und streiche an einer der Stellen l, f, q, r oder k. Soll fig. 26. erscheinen, so berühre man die Scheibe mit dem Daumen der linken Hand bey b, und mit einem andern Finger derselben Hand bey f oder q, stemme sie vermittelst dieser Finger bey m, p oder s an, und streiche bey c, oder an einer andern schicklichen Stelle, wo sich Einbiegungen zeigen. Eben so verfährt man bey den übrigen zusammengesetzten Figuren; bisweilen wird es gut seyn, auch zugleich mit einem noch übrigen Finger der linken Hand unterwärts irgend eine Stelle des zweyten Kreißes zu berühren, um die Scheibe desto eher zu nöthigen, daß sie sich so abtheile, wie man es wünscht. Bey manchen solchen Arten des Klanges wird man zwar mit Gewißheit bestimmen können, welcher Klang erscheinen solle, bey den meisten aber nicht. Es wird also am dienlichsten seyn, bey jeder Scheibe durch Versuche zu erforschen, welche Figuren sich am leichtesten und deutlichsten auf derselben hervorbringen lassen, und sodann sich die Stellen, wo die Erfahrung zeigt, daß man die Scheibe zu berühren und anzustemmen habe, durch gewisse Merkmale zu bezeichnen. Während dieser Versuche verändere man auf mancherley Art die Stellen, wo man die Scheibe anstemmt, und wo man die Finger anhält, bald nähere man, und bald entferne man den Daumen von dem andern Finger, verändere auch öfters den Ort, wo man etwa mit einem dritten Finger unterwärts die Scheibe berührt, und streiche an verschiedenen Stellen mit dem Violinbogen. Wenn man also verfährt, wird man bey der nämlichen Scheibe mancherley Töne hören, und jeder wird eine andere Figur dieser Art geben. Bey einer großen Scheibe wird es mehrentheils besser seyn, in der Nähe der Stellen, welche berührt oder angestemmt werden, zu streichen, als weiter davon.

Man-

Manche der einfachsten Klänge dieser Art, als fig. 26. und 27, fig. 28. bis 31, fig. 32, fig. 38. und 39, wird man auch erhalten können, wenn man an einer Stelle, wo der äuserste Kreiß, und eine der Linien einander durchschneiden, die Scheibe mit dem Daumen und noch einem Finger festhält, ohne sie an etwas anzustemmen, zugleich aber mit einem dritten Finger irgend eine Stelle des zweyten Kreißes unterwärts berührt, und an einer schicklichen Stelle streicht. Bey dieser Verfahrungsart nähern sich die Kreiße etwas mehr der zirkelförmigen Gestalt; bey manchen Figuren habe ich sie verschiedenemal ganz zirkelförmig gesehen. So ist fig. 26, wenn ich bey a, wo der äußere Kreiß und die gerade Linie einander durchschneiden, die Scheibe mit dem Daumen und einem andern Finger hielt, und mit einem dritten Finger derselben Hand eine Stelle des zweyten Kreißes unterwärts berührte, verschiedenemal, wie fig. 27; so sind 2 Kreiße mit 2 Linien fig. 28. wie fig. 31; 3 Kreiße von einer geraden Linie durchschnitten fig. 38. wie fig. 39. erschienen. Diese Verfahrungsart ist aber nur bey kleinen Scheiben anzuwenden; bey großen Scheiben würde es zu ermüdend und öfters nicht wohl möglich seyn, sie nahe an dem einen Ende in so wenigen Punkten fest genug zu halten, daß sie bey dem Streichen horizontal blieben; man muß sich also in diesem Falle der erstgedachten Art zu verfahren bedienen, welche auch bey den größten Scheiben anwendbar, und zu Hervorbringung mehrerer Klänge dienlich ist.

Alle diese Klänge sind außer dem, daß die Bogen der Kreiße mehr oder weniger gekrümmt sind, noch vielen andern Abänderungen ihrer Figur unterworfen. Aeuserst selten durchschneiden alle Linien einander in der Mitte, wie es eigentlich ihre Bestimmung zu erfordern scheint, und ich solches z. B. bey fig. 35. vorgestellt habe: mehrentheils trennen sich die Linien in der Mitte, und gehen mannigfaltige Verbindungen mit einander ein, wo

von

von genug Beyspiele von der dritten bis zur sechsten Kupfertafel zu sehen sind. Eine vorzüglich merkwürdige Art der Abänderung zeigt sich mehrentheils an Klängen, wo drey und mehrere Kreiße entweder allein, oder nur von einer Linie durchschnitten sind. Alle die Klangfiguren, wo 4, 5 und mehrere Kreiße ganz allein vorhanden sind, habe ich nie regelmäßig, sondern allezeit, so wie fig. 49, 58 und 66. abgeändert gesehen; diejenigen aber, wo eben so viel Kreiße von einer Linie durchschnitten waren, bisweilen auf die nämliche Art abgeändert, (fig. 52. und 59.) bisweilen auch regelmäßig, wie fig. 50, 51 und 60. Der Ton verändert sich dabey gar nicht; die Beschaffenheit der Schwingungen wird aber dabey sehr verändert; anstatt, daß nämlich die Schwingungen sich nach allen Richtungen durch die ganze Scheibe verbreiten sollten, gehen sie nur quer durch die Scheibe, und durch die oben und unten nahe am Rande befindlichen Theile; und zwo Stellen, die ziemlich breit sind, und sich von den Enden des innern Kreißes an, bis an eine geringe Entfernung vom Rande der Scheibe erstrecken, machen entweder gar keine, oder nur äußerst schwache Schwingungen, so daß der aufgestreuete Sand daselbst liegend bleibt, sich aber nicht so anhäuft, als auf andern Stellen, wo die natürliche Gestalt der Scheibe von den Schwingungen durchschnitten wird. Die Kreiße sind bey diesen abgeänderten Figuren sehr in die Länge gedehnt, und werden nebst der geraden Linie an diesen nicht schwingenden Stellen, die in den Kupfertafeln durch Puncte angedeutet sind, unterbrochen, und verbinden sich unter einander auf verschiedene Art, so daß an diesen Stellen keine regelmäßige Biegungen der Kreiße zu unterscheiden sind, sondern alle Kreiße in gerade oder etwas gekrümmte Linien ausgehen. Es wird aber die Zahl der Biegungen dennoch leicht zu finden seyn, wenn man allemal zwo Endigungen von Linien für eine Biegung annimmt.

Die bestimmte Anzahl der Biegungen an den Kreisen bey jedem Klange werde zu bequemerer Uebersicht, und um nicht die nämliche Sache allzuoft wiederholen zu müssen, in folgender Tabelle anzeigen:

Kreiße	Linien		Biegungen der Kreiße.
2	0	fig. 25 . . . . . Es werden sich die beyden Kreiße als concentrische Zirkel zeigen können, wenn man die Scheibe nirgends anstemmt, sondern eine Stelle des äusern Kreißes mit zween Fingern hält, ganz dicht dabey streicht, und zugleich den zweyten Kreiß mit einem Finger berührt; es krümmt sich dabey jeder Durchmesser der Scheibe so, wie ein freyer Stab bey seinem dritten Klange, bey welchem vier Schwingungsknoten sind. An einer etwas dünnen messingenen Scheibe wollte dieser Klang nie anders, als mit 6 Biegungen des äusern Kreißes (fig. 75.) erscheinen.	5
2	1	fig. 26 . . . . . Einigemal waren beyde Kreiße zirkelförmig wie fig. 27.	6
2	2	fig. 28, 29, und 30 . . . Auch bey diesem Klange waren öfters die Kreiße zirkelförmig wie fig. 31.	6
2	3	fig. 32	7

Kreiße	Linien		Biegungen der Kreiße.
2	4	fig. 33 und 34	7
2	5	fig. 35	7
2	6	fig. 36	8
2	7, 8 2c.	—	8
3	0	fig. 37	8
		Einigemal habe ich 9 Biegungen wahrgenommen.	
3	1	fig. 38	9
		Auf der vorhin erwähnten messingenen Scheibe waren allezeit bey diesem Klange 10 Biegungen vorhanden. Oefters erscheinen die Kreiße auch zirkelförmig, wie fig. 39.	
3	2	fig. 40 und 41	9
3	3	fig. 42 und 43	10
3	4	fig. 44 und 45	10
3	5	fig. 46 und 47	11
3	6	fig. 48	11
3	7, 8 2c.	—	11
4	0	fig. 49	12
4	1	fig. 50, 51, und 52 . . .	12
4	2	— 53	13
4	3	— 54	13
4	4	— 55	13
4	5	— 56	14
4	6	— 57	14

Kreiße	Linien		Biegungen der Kreiße.
5	0	fig. 58	15
5	1	— 59 und 60	15
5	2	habe nie ganz deutlich gesehen, es scheinen aber auch 15 Biegungen vorhanden zu seyn.	
5	3	fig. 61	16
6	0	habe nur ein einzigesmal, und zwar äusserst undeutlich gesehen, so daß die Zahl der Biegungen nicht zu unterscheiden war, es müssen aber unstreitig 18 seyn.	
6	1	fig. 62	18
		Bey dieser Figur, welche ich an zwo verschiedenen Scheiben mehreremal gesehen habe, ist merkwürdig, daß der dritte, vierte und fünfte Kreiß sich allemal siebeneckig gezeigt haben, so daß, wie gewöhnlich, die einwärtsgehenden Krümmungen eines jeden dieser Kreiße den auswärtsgehenden Krümmungen des benachbarten entgegenstanden. Ich getraue mir nicht zu bestimmen, ob diese Gestalt eine bloß zufällige Abänderung gewesen sey, oder ob sich dieser Klang allemal also zeige.	
6	2	fig. 63	19
6	3	fig. 64 und 65	19
7	0	fig. 66	21

Weiter habe ich die Hervorbringung dieser Klänge bisher nicht getrieben, wenn man sich aber noch größerer Scheiben bedient, werden sich weit mehrere Arten des Klanges erhalten lassen. Merkwürdig ist bey den meisten Figuren dieser Art die scheinbare Unregelmäßigkeit; indem die Weiten der Krümmungen, ingleichen die Entfernungen der Stellen, wo die Linien sich endigen, so wie auch die ganze Lage der Linien, öfters auf der einen Seite anders beschaffen sind, als auf der andern. Z. B. bey fig. 56. endiget sich die eine krumme Linie, die zunächst an der mittlern geraden Linie befindlich ist, nach einem, die auf der andern Seite aber nach anderthalben Bogen der Kreiße; die eine der am weitesten rechter und linker Hand befindlichen krummen Linien nach drey, die andere nach drey und einem halben Bogen, von der mittlern Linie an gezählt. Aehnliche Unregelmäßigkeiten wird man bey fig. 34, 40, 42, 43, 47, 48, 53, 54, u. s. w. anzutreffen glauben; sie sind aber nur scheinbar; indem alle Kreiße und Linien einander so nachgeben, daß doch jeder schwingende Theil die erforderliche Größe hat; indem jeder auf einer Seite eines solchen Theils entstehende Mangel durch einen Zuwachs auf der andern Seite ersetzt wird. So sind z. B. bey fig. 54. innerhalb des ersten, zweyten und dritten Kreißes die schwingenden Theile, welche sich zwischen nf, nq, gp und pt befinden, kürzer, als die zwischen fg und qt, dagegen aber sind wegen der ovalen Gestalt der innern Kreiße diese kürzern Theile breiter, als die längern Theile zwischen qt und fg. Ferner wird man bey der nämlichen Figur finden, daß zwischen n und f zween Bogen der Kreiße sind, zwischen n und q aber nur anderthalber Bogen; dagegen aber werden die Bogen der Kreiße zwischen n und f etwas kürzer seyn, als zwischen n und q; es wird also nf entweder gar nicht, oder nur um ein weniges größer seyn, als nq, und auch in diesem Falle würde der dadurch entstehende geringe Defect zwischen n und q durch ein Nachgeben der Kreiße und Linien, wodurch diese Theile einen kleinen Zu-

wachs an Breite bekämen, ersetzt werden. Man wird bey genauer Betrachtung aller dieser Figuren auch finden, daß jeder Theil mehrentheils mit einem ihm correspondirenden Theile auf der andern Seite übereinkommt.

Die von mir beobachteten Tonverhältnisse dieser verschiedenen Schwingungsarten einer runden Scheibe sind, wenn das tiefe C als der Grundton angenommen wird, ungefähr folgende:

Zahl der Linien:

Zahl der Kreiße:	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0			fig. 2. C	4. d	6. 7. c	8--10. g--gis	11. cis	12. fis	13--17. b
1	18. Gis	19. b	20. 21. g	22. d--dis	23. gis	24. cis	e--f	g	
2	25. gis+	26. 27. e+	28--31. b	32. dis	33. 34. g	35. b--h	36. cis	dis	
3	37. b--h	38. 39. e+	40. 41. gis--a	42. 43. c	44. 45. dis	46. 47. fis	48. gis+	b	
4	49. a	50--52 cis	53. f—	54. g--gis	55. b	56. h--c	57. cis		
5	58. f	59. 60. gis	h	61. cis					
6	h	62. d	63. e	64. 65. f+					
7	66. e								

Sollten

Sollten andere bey Beobachtungen oder Berechnungen dieser Arten des Klanges irgendwo eine kleine Abweichung von den hier angegebenen Verhältnissen finden, so bin ich sehr zu entschuldigen; indem bey den vielen von mir untersuchten Scheiben die Tonverhältnisse bisweilen nicht mit der äusersten Genauigkeit übereintrafen, und es oft sehr schwer ist, die höchsten Töne in der vier und fünfmalgestrichenen Octave durch das Gehör mit völliger Richtigkeit zu bestimmen. Doch aber glaube ich nicht, daß sich ein Unterschied von mehr als einem halben Tone finden werde; da ich, soviel als möglich, jedes Verhältniß mehreremal, und an mehr, als einer Scheibe beobachtet, und die erhaltenen Resultate, welche entweder mit einander übereintrafen, oder nur höchstens etwa um einen halben Ton verschieden waren, sorgfältig mit einander verglichen habe.

In folgender Tabelle werde ich die Zahlen anzeigen, mit deren Quadraten die angegebenen Tonverhältnisse einigermaßen übereinkommen; sehe aber das, was ich darüber zu sagen habe, als bloße Muthmaßungen an, die einen ziemlichen Grad der Wahrscheinlichkeit haben, so lange nicht etwa aus zuverlässigen Berechnungen etwas anders sich ergiebt. Die oberste horizontale Reihe der Klänge, bey welchen sich keine Kreiße zeigen, weicht von den übrigen Tonverhältnissen sehr ab; es sind deshalb die Zahlen 2, 3, 4 u. s. w. mit deren Quadraten sie übereinkommen, in Klammern eingeschlossen, um sie von den übrigen abzusondern.

Zahl der Linien:

Zahl der Kreiße:	0	1	2	3	4	5	6
0			(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	2	3	4 −	5 −	6 −	7 − −	8 − −
2	4+	5+	6	7 −	8 −	9 −	10 − −
3	6+	7+	8+	9	10 −	11 −	12 −
4	8++	9+	10+	11+	12	13 −	14 −
5	10++	11++	12+	13+	14+	15	16 −
6	12++	13++	14++	15+	16+	17+	18

Wenn K die Zahl der Kreiße, und L die Zahl der Linien bedeutet, so ist dieser Tabelle zu Folge ein jeder Ton der nämlichen runden Scheibe ungefähr $= (2K + L)^2$. Es sind aber an jeder horizontalen Reihe, bey welcher sich die nämliche Anzahl der Kreiße zeigt, die Tonverhältnisse etwas kleiner, und bey jeder perpendicularen Reihe, wo die nämliche Anzahl der Linien vorhanden ist, etwas größer, als die Quadrate der angegebenen Zahlen. Durch das zu einer Zahl hinzugesetzte + habe ich angezeigt, daß der Ton etwas höher, und durch das —, daß er etwas tiefer sey, als wo bey der nämlichen Zahl das entgegengesetzte Zeichen steht; wo ein doppeltes + oder — steht, ist der Ton noch höher, oder niedriger, als wo nur ein einfaches Erhöhungs- oder Erniedrigungszeichen hinzugesetzt ist. Etwas genauer treffen die angegebenen Zahlen bey den Klängen zu, welche in solchen Fächern stehen, die entgegengesetzte Winkel mit einander machen, und bey denen das nämliche Zeichen zu den Zahlen gesetzt ist: wenn ich nämlich zu

Vermei-

Vermeidung weitläuftiger Umschreibungen jeden Klang als einen Bruch schreibe, so daß die Anzahl der Kreiße über den Strich, und die Anzahl der Linien unter denselben gesetzt wird, so verhält sich $\frac{1}{1}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$ ꝛc. genau, wie die Quadrate von 3, 6, 9 ꝛc. (oder von 1, 2, 3 ꝛc); $\frac{1}{0}$, $\frac{2}{1}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$ ꝛc. ziemlich genau, wie die Quadrate von 2, 5, 8, 11 ꝛc.; $\frac{2}{0}$, $\frac{3}{1}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{5}{3}$ ꝛc. ingleichen $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ ꝛc. wie die Quadrate von 4, 7, 10, 13 ꝛc.; $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{5}$ ꝛc. wie die Quadrate von 5, 8, 11 u. s. w.

Noch einige andere Arten des Klanges habe ich auf runden Scheiben erhalten, die von den vorigen eben so sehr verschieden sind, wie die oben erwähnten Klänge eines elastischen Blechstreifens in dem zweyten Falle, wenn das eine Ende etwas befestigt ist, von den Klängen des nämlichen Blechstreifens in dem dritten Falle, wenn seine beyden Enden frey sind. Sie scheinen sich auch nur dadurch von den Klängen eines an dem einem Ende etwas befestigten Blechstreifens zu unterscheiden, daß durch die runde Gestalt der Scheibe die Lage der festen Linien etwas verändert wird.

Fig. 67, 68 und 69. werden erscheinen, wenn man an den mit a bezeichneten Stellen die Scheibe mit zween Fingern hält, sie bey n an die Wand, oder an etwas anders anstemmt, und bey g mit dem Violinbogen streicht; fig. 70. aber, wenn die Scheibe bey p oder f gehalten, bey n angestemmt, und bey q oder c gestrichen wird. Außer den Linien, wo die natürliche Gestalt der Scheibe von den Schwingungen durchschnitten wird, ist bey n ebenfalls eine feste Stelle, wo der Sand eben so, wie auf den festen Linien, sich anhäuft. Es kommt die schwingende Bewegung bey fig. 67. sehr mit einfachsten Klange eines an dem einen Ende schwach befestigten Blechstreifens (fig. 149.) überein; so wie auch fig. 69. aus dem zweyten Klange dieser Art (fig. 150,) fig. 72. aus dem dritten, und fig. 73. aus dem vierten seinen Ursprung zu haben scheint; es weichen die Tonverhält-

nisse dieser Schwingungsarten auch nicht sehr von den Quadraten der Zahlen 5, 9, 13 rc. ab. Bey fig. 67. ist der Ton ungefähr um eine große Sexte tiefer, als fig. 2; bey fig. 69. ist er um etwas mehr, als eine Octave + eine Quinte höher, als bey fig. 67, und um eine kleine Septime höher, als fig. 2; bey fig. 72. ist er um etwas mehr, als eine Octave höher, als fig. 69; und bey fig. 73. nimmt die Höhe gegen fig. 72. ungefähr um eine kleine Sexte zu. In der 69sten Figur bleibt zwischen n und p der aufgestreuete Sand fast eben so ruhig liegend, als auf den zwo festen Linien; es ist aber demohngeachtet n p nicht etwa ein Stück einer solchen festen Linie, wo die natürliche Gestalt der Scheibe von den Schwingungen durchschnitten wird, sondern die Schwingungen sind nur daselbst viel schwächer, als weiter abwärts von n p nach der rechten und linken Seite, so daß n p selbst, nebst den rechts und links darneben befindlichen Stellen nur als ein einziger schwingender Theil der Scheibe anzusehen sind. Fig. 71. ist leicht zu erhalten, wenn man die Scheibe bey n oder d hält, bey p an etwas anstemmt, und bey f oder o streicht. Eben so leicht erscheint fig. 72. wenn die Scheibe bey c gehalten, bey n angestemmt und bey f gestrichen wird. Beyde letztere Figuren kommen ganz mit einander überein, wie man leicht sehen wird, wenn man an beyden die Linien h n g q, x d p und a p gegen einander hält; sie geben auch einerley Ton, und es läßt sich leicht durch eine kleine Verrückung der Finger, mit welchen man die Scheibe hält, eine in die andere verwandeln. Ich würde geneigt seyn, beyde für Abänderungen von fig. 19. oder von fig. 6. zu halten, da fig. 71. der bey fig. 7. befindlichen Abänderung der sechsten Figur sehr ähnlich ist, aber sie sind ungefähr um einen halben Ton höher, als fig. 19, und um eine kleine Tertie tiefer, als fig. 6. oder 7. Vielleicht könnte man aber doch diese beyden Figuren, ohngeachtet des Unterschiedes von einem halben Tone, als Abänderungen von fig. 19. und mit eben dem Rechte fig. 73. und 74, welche

ganz

ganz mit einander übereinkommen, und fast bey dem nämlichen Verfahren, wie fig. 71. und 72, nur mit einer kleinen Veränderung der gehaltenen Stelle, erhalten werden, als Abänderungen der 20sten Figur ansehen; indem sie auch fast ganz den nämlichen Ton geben. Es würde sodann auch eine etwas dreyeckige Gestalt des Kreißes bey den Klängen, wo ein Kreiß von einer oder zwo Linien durchschnitten ist, ganz der Analogie mit den übrigen Klängen gemäß seyn, bey welchen die Kreiße mit einer gewissen Anzahl von Biegungen versehen sind.

Fig. 68. ist um eine Quarte höher, als fig. 2; fig. 70. ist um etwas mehr, als eine Octave + eine übermäßige Quarte höher, als fig. 2, und um etwas mehr, als eine Octave + einen halben Ton höher, als fig. 68. Die schwingende Bewegung scheint bey fig. 68. beynahe eben so beschaffen zu seyn, wie bey dem S. 23. erwähnten Klange eines an dem einen Ende schwach befestigten Blechstreifens, bey welchem zwo Linien in die Länge gehen; fig. 70. aber könnte, wenn man die krummen Linien an den beyden Stellen, wo sie einander am nächsten sind, als ganz vereinigt sich vorstellt, mit dem Klange eines solchen Blechstreifens zu vergleichen seyn, bey welchem zwo in die Länge sich erstreckende feste Linien von einer in die Quere gehenden durchschnitten werden.

Als eine Fortsetzung dessen, was S. 22. von den zusammengesetztern Schwingungsarten freyschwebender elastischer Blechstreifen gesagt ist, können die nun zu gebenden Nachrichten von den Klängen einer Quadratscheibe dienen; indem oben überhaupt von elastischen Blechstreifen oder Scheiben, deren Gestalt ein Rectangel ist, ohne Bestimmung ihrer Länge und Breite, die Rede war; hier aber insbesondere solche Scheiben oder Blechstreifen in Betrachtung kommen, deren Länge und Breite einander gleich sind. Die festen Linien, in welchen die natürliche Lage einer solchen

Scheibe von den Schwingungen durchschnitten wird, gehen entweder mit den Seiten parallel, oder scheinen wenigstens in den meisten Fällen als parallel mit den Seiten gehend angenommen werden zu können.

Zu Vermeidung aller unnöthigen Weitläuftigkeit werde ich mich einer Abkürzung bedienen, und die Zahlen der festen Linien bey einem jeden Klange als einen Bruch schreiben, so daß die größere oder gleiche Zahl der nach einer Richtung gehenden Linien, über den Strich, und die kleinere oder gleiche Anzahl der Linien, welche nach der andern Richtung gehen, und die vorhererwähnten rechtwinklich durchschneiden oder durchschneiden können, unter den Strich gesetzt wird. Es wird also z. B. $\frac{5}{0}$ den Klang bedeuten, wo sich nach einer Richtung fünf, und nach der andern keine Linien zeigen, $\frac{6}{2}$ den Klang, wo sechs Linien nach der einen, und zwo nach der andern Richtung gehen. u. s. w.

Bey den meisten Arten des Klanges einer Quadratscheibe sind die mehreren nach einer Richtung gehenden Linien geneigt, eine bestimmte Anzahl von Krümmungen anzunehmen; die wenigern Linien, welche nach der andern Richtung gehen, zeigen sich mehrentheils gerade. Es stehen, wie schon oben bemerkt ist, bey den meisten Figuren die einwärtsgehenden Biegungen einer Linie den auswärtsgehenden Biegungen der benachbarten Linie entgegen, so daß sie sich abwechselnd einander nähern und von einander entfernen; bey manchen Figuren haben öfters zwo Linien, die durch eine dazwischen befindliche gerade Linie von einander abgesondert sind, die nämliche Beziehung auf einander; eine solche, ihrer eigentlichen Bestimmung nach gerade Linie, krümmt sich bisweilen etwas, so daß ihre Bogen mit den Bogen der nach außen zu ihr benachbarten Linie parallel gehen, aber doch mehrentheils etwas flacher sind; es wird z. B. fig. 143. wie fig 144. zeigen können. Die bestimmte Anzahl der Krümmungen an den mehreren nach

einer

einer Richtung gehenden Linien, welche in den Kupfertafeln meistens horizontal sind, wird sich am besten in folgender Tabelle übersehen lassen, in welcher die horizontale Reihe größerer Zahlen die nach einer Richtung, und die perpendiculare Reihe die nach der andern Richtung gehenden Linien andeutet:

	1	2	3	4	5	6	7	8
0		1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	3	
1			1	$1\frac{1}{2}$	2	2	2	
2				1	$1\frac{1}{2}$	2	2	3
3					1	2	2	

Manche Schwingungsarten, bey denen sich die nämliche Zahl der Linien zeigt, sind doch als specifisch verschieden anzusehen, nachdem die Krümmungen gewisser Linien einwärts oder auswärts gekehrt sind; es ist auch der ihnen unter diesen Umständen zukommende Ton verschieden; indem bey gleicher Anzahl der Linien der Ton tiefer ist, wenn die Krümmung, oder die meisten Krümmungen der äusern Linien einwärts gehen, als wenn sie nach außen gerichtet sind. Dieser Fall findet Statt, wenn eine ganze Zahl von Krümmungen vorhanden ist, als bey $\frac{2}{0}$, $\frac{3}{1}$, $\frac{4}{0}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{7}{3}$, vielleicht auch bey $\frac{5}{1}$, $\frac{6}{0}$, $\frac{6}{1}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{7}{0}$; u. s. w. nicht aber, wo etwa anderthalbe oder drittehalbe Krümmung anzutreffen ist, als bey $\frac{3}{0}$, $\frac{4}{1}$, $\frac{5}{0}$, $\frac{5}{2}$.

Jede dieser Klangfiguren ist mannigfaltigen Abänderungen unterworfen, die den Tapeten- und Cattunfabrikanten genug Stoff zu Bereicherung ihrer Musterkarten geben können. Manchen Klang habe ich, aller ange-

wandten Mühe ungeachtet, auf keiner Quadratscheibe, wohl aber auf Rectangelscheiben, die andere Verhältnisse der Länge und Breite hatten, in seiner eigenthümlichen Gestalt erhalten können, z. B. $\frac{3}{1}$, $\frac{4}{2}$ und $\frac{5}{3}$.

In Ansehung der Hervorbringung dieser verschiedenen Klänge findet eben das Statt, was ich schon mehreremal erinnert habe, daß nämlich, wenn man die Scheibe an verschiedenen Stellen hält oder auflegt, und an verschiedenen Stellen des Randes streicht, sie jedesmal genöthiget werden kann, sich anders abzutheilen, wodurch andere Töne, und bey dem Aufstreuen des Sandes auch andere Figuren zum Vorschein kommen.

Fig. 87. ($\frac{1}{1}$) wird leicht erscheinen, wenn die Scheibe in der Mitte aufgelegt oder gehalten, und an einer Ecke gestrichen wird. Es giebt diese Schwingungsart unter allen den tiefsten Ton. Bisweilen kann sich diese Figur als zwo schief durch die Scheibe gehende krumme Linien e b g und f c n zeigen.

Fig. 88. stellt vor $\frac{2}{0}$ mit einwärtsgehenden Krümmungen, und kann auch wirklich als zwo solche Linien b c m und n h g erscheinen. Wo man zu Hervorbringung dieses Klanges die Scheibe halten, und wo man streichen müsse, wird ohne, daß ich es zu erinnern nöthig habe, leicht zu sehen seyn. Der Ton ist ungefähr um eine Quinte höher, als bey $\frac{1}{1}$.

Fig. 89. [g]) kann als $\frac{2}{0}$ mit auswärtsgehenden Krümmungen angesehen werden; indem sie auch oft sich als zwo auswärts gekrümmte Linien, wie fig. 90, zeigt. Man erhält diesen Klang, wenn die Scheibe bey n oder

g) Der feste Kreiß bey fig. 89. ist gar zu zirkelförmig gerathen, und sollte vielmehr etwas viereckig seyn, so daß er gegen die Mitte einer jeden Seite etwas mehr hervorragend wäre, als gegen die Ecken der Scheibe.

oder g gehalten, und bey a gestrichen wird. Der Ton ist um eine kleine Septime höher, als $\frac{1}{1}$, und um eine kleine Tertie höher, als $\frac{2}{0}$ mit einwärts gekrümmten Linien.

$\frac{2}{1}$, fig. 91. ist sehr leicht zu erhalten, wenn man an einer der Stellen, wo zwo Linien einander durchschneiden, die Scheibe hält, und mitten an der rechten Seite bey n oder p streicht. Wird die Stelle, wo man die Scheibe hält, etwas verändert, so kann sich der nämliche Klang auch wie drey schief durch die Scheibe gehende Linien (fig. 92.) darstellen, man kann dabey auch an einer der Ecken c oder o streichen.

$\frac{3}{0}$, fig. 93. erscheint, wenn man bey b die Scheibe hält, und bey n streicht. Noch öfter zeigt sich die fig. 95. befindliche Abänderung. Daß diese Figur nur eine Abänderung von fig. 93. sey, wird man sogleich gewahr werden, wenn man fig. 94. betrachtet, welche der Uebergang von einer zu der andern ist. Es läßt sich eine dieser Figuren öfters in die andere umändern, z. B. man hat $\frac{3}{0}$ mit ganz geraden Linien, (fig. 93.) dadurch erhalten, daß man die Scheibe mit dem Daumen der linken Hand oben, und mit dem zweyten Finger unten bey b gehalten, und mit dem in der andern Hand gehaltenen Violinbogen bey n gestrichen hat, so rücke man mit den beyden Fingern der linken Hand, welche die Scheibe halten, etwas weiter einwärts, und streiche an der nämlichen Stelle, wie vorher, so werden sich die drey Linien krümmen, wie bey fig. 94.; rückt man mit den beyden Fingern noch weiter einwärts, und fährt fort, an der vorigen Stelle zu streichen, so werden sich die drey Linien immer stärker krümmen, und sich endlich so vereinigen, wie es bey fig. 95. zu sehen ist. Der Ton wird hierbey der nämliche bleiben, wie er bey fig. 93. war. So wie man auf die jetztbeschriebene Art fig. 93. in fig. 95. verwandeln kann, eben so läßt sich durch Auswärtsrücken der Finger fig. 95. so verändern, daß fig. 94. und

endlich

endlich wieder fig. 93. daraus wird. Uebrigens beziehe ich mich hierbey auf das, was S. 21. in der bey r befindlichen Note darüber gesagt ist.

$\frac{2}{2}$, fig. 96. zeigt sich fast allemal gleich bey dem ersten Striche, wenn man die Scheibe an irgend einer Stelle, wo zwo Linien einander durchschneiden, hält, und bey n, r, m oder q streicht. Es kann dieser Klang bey einiger Veränderung der gehaltenen Stelle auch als vier schief durch die Scheibe gehende wellenförmige Linien (fig. 97.) erscheinen; einigemal habe ich auch die fig. 89. befindliche Abänderung gesehen.

Fig. 99. stellt vor $\frac{3}{1}$, wo die äusern Linien einwärts gekrümmt sind, wie es denn auch oft so wie fig. 100. erscheint; fig. 101. aber ist anzusehen, als $\frac{3}{1}$ mit auswärtsgebogenen äusern Linien; indem f e b q die eine, n h die zweyte, und t p g d die dritte Linie vorstellt. Wo man bey fig. 99. oder 100. die Scheibe halten oder auflegen, und wo man streichen müsse, ist ohne mein Erinnern leicht zu beurtheilen. Um fig. 101. hervorzubringen, wird erfordert, daß man die Scheibe in ihrer Mitte auf eine nicht allzuharte Unterlage auflege, oberwärts aber sie mit einem Finger auf die Unterlage drücke, zugleich aber mit einem andern Finger derselben Hand irgend eine Stelle in einer von den schiefen Linien berühre, und an der nächsten Ecke streiche, z. B. wenn man die Stelle a berührt, so streiche man bey c. Was ich vorher bemerkt habe, daß bey der nämlichen Anzahl der Linien der Ton tiefer zu seyn pflegt, wenn die äusern Krümmungen einwärts, als wenn sie auswärts gehen, trifft auch hier zu; indem fig. 99. und 100. ungefähr um einen ganzen Ton tiefer ist, als fig. 101.

Bey $\frac{4}{2}$, fig. 102. werden die zu haltenden und die zu streichenden Stellen leicht zu finden seyn. Es ändert sich diese Figur oft so ab, daß aus m g u f r p die gerade Linie m p (fig. 103.) wird; bisweilen trennen

sich

sich auch bey einiger Veränderung der gehaltenen Stelle die übrigen Linien so, daß fünf schiefe Linien (fig. 104.) erscheinen.

Fig. 105. und 106. stellt vor $\frac{4}{0}$ mit zwo einwärtsgebogenen Krümmungen, fig. 107. und 108. aber $\frac{4}{0}$ mit zwo auswärtsgebogenen Krümmungen der äusersten Linien; bey ersteren ist auch, meinen obigen Bemerkungen gemäß, der Ton tiefer, als bey letzteren, sie sind also als specifisch verschieden anzusehen, ohngeachtet die Zahl der Linien die nämliche ist. Daß übrigens fig. 105. mit 106, und fig. 107. mit 108. übereinkomme, und nur als Varietät unterschieden sey, wird man leicht sehen, wenn man sie gegen einander hält, man wird auch durch eine kleine Verrückung der Finger, mit denen die Scheibe gehalten wird, leicht bewirken können, daß die Linien mehr oder weniger gekrümmt erscheinen, und sich in ihren Näherungspuncten vereinigen, oder wieder trennen müssen. Um fig. 105. zum Vorschein zu bringen, halte man die Scheibe bey c, und streiche bey m; es wird auch gut seyn, wenn man zugleich die Stelle q berührt. Wenn man von der Stelle c etwas näher nach dem Rande zurückt, wird man leicht verursachen können, daß dieser Klang sich wie fig. 106. zeigen muß. Soll fig. 107. hervorgebracht werden, so halte man die Scheibe bey h, und streiche bey p; durch eine kleine Verrückung der Finger nach dem Rande zu kann man diesen Klang wie fig. 108. darstellen.

$\frac{4}{1}$, fig. 109. wird sich sehen lassen, wenn man die Scheibe bey c hält, und bey d, p oder x streicht. Hiervon ist fig. 110. eine Abänderung, die sehr leicht auf jeder Scheibe erscheinen wird, wenn man sie zwischen α und λ festhält, und zwischen l und u streicht. Daß diese Figur, ohngeachtet sie der vorigen nicht im mindesten ähnlich ist, doch nichts weiter, als eine Abänderung derselben sey, wird man bey folgender Vergleichung der Linien wahrnehmen können: Jede der vier geraden Linien, welche bey fig. 109 mit einander parallel gehen, bekommt anderthalbe Krümmung; aus der ersten ge-

raden Linie ef (fig. 109.) wird eoihf (fig. 110.) aus der zweyten geraden Linie gz wird gmqz, aus der dritten rs wird rαns, und aus der vierten lt wird lλuφt; aus der Linie ba, welche die andern rechtwinklich durchschneidet, wird bmna. Der Ton ist bey beyden Figuren ganz der nämliche, einigemal habe ich auch den Uebergang aus einer in die andere ziemlich deutlich gesehen.

$\frac{3}{3}$, fig. 111. erhält man fast bey dem nämlichen Verfahren, wie $\frac{3}{2}$, nur mit einer kleinen Veränderung der zu streichenden Stelle. Es kann sich diese Figur so abändern, daß sie als sechs schiefe wellenförmige Linien (fig. 112.) erscheint, welche Art der Abänderung ich schon bey $\frac{2}{1}$, $\frac{2}{2}$ und $\frac{3}{2}$ angezeigt habe.

Fig. 113. und 114. scheinen, der Analogie mit den übrigen Figuren gemäß, als $\frac{4}{2}$ anzusehen zu seyn; mit dem Unterschiede, daß bey fig. 113. die Krümmungen auswärts, bey 114. aber einwärts gehen. Sollten beyde Figuren wirklich $\frac{4}{2}$ vorstellen, welches ich nicht mit Gewißheit behaupten will, so würde sich hier die einzige vorhandene Ausnahme von meiner obigen Bemerkung zeigen, daß bey gleicher Anzahl von Linien der Ton tiefer ist, wenn die Krümmungen einwärts, als wenn sie auswärts gehen. Es ist nämlich fig. 113. ungefähr um einen halben Ton tiefer, als fig. 114. Erstere ist bisweilen mit einiger Mühe zu erhalten, wenn man bey c die Scheibe mit zween Fingern hält, sie bey d unterwärts mit einem Finger derselben Hand berührt, und an der nächsten Ecke bey n streicht. Es kommt alles darauf an, daß man bey dem Halten und Berühren die Stellen genau treffe, wo feste Linien seyn können. Fig. 114. erscheint weit leichter, als der vorige Klang, wenn die Scheibe in ihrer Mitte auf eine nicht allzuharte Unterlage gelegt, oberwärts mit dem Finger auf die Unterlage gedrückt, zugleich aber eine der vier krummen Linien mit einem Finger berührt, und in

der

der Mitte der nächsten Seite gestrichen wird. Z. B. man berührt die Stelle d, und streicht bey n. Auf einer gleichseitig viereckigen Scheibe habe ich $\frac{4}{2}$ nie mit einiger Deutlichkeit erhalten können, ob ich gleich alle Mühe angewendet habe; auf Scheiben von andern Verhältnissen der Länge und Breite ist $\frac{4}{2}$ sehr regelmäßig und ohne viele Schwierigkeit erschienen.

In der Folge werde ich nicht bey jeder einzelnen Figur sagen, wie sie hervorzubringen sey; indem es sich bey Anstellung der Versuche nicht immer genau bestimmen läßt, welcher von den zusammengesetzten Klängen erscheinen solle. Die meisten folgenden Arten des Klanges wird man fast bey dem nämlichen Verfahren erhalten, welches schon bey einigen Figuren angezeigt ist; wenn man nämlich eine Stelle innerhalb der Scheibe, nicht weit von einer Ecke,[h]) mit zween Fingern hält, und nahe dabey am Rande streicht; bey manchen aber wird es nöthig seyn, die Scheibe an andern Stellen zu halten, und an verschiedenen andern Stellen zu streichen, welche man durch einige Uebung leicht wird finden lernen. Oft wird es zu Hervorbringung mehrerer Klänge dienlich seyn, außer der gehaltenen Stelle etwa noch eine oder ein paar Stellen unterwärts mit den Fingern zu berühren, weil man dadurch bewirkt, daß an den berührten Stellen feste Linien seyn müssen.

$\frac{4}{8}$, fig. 115. ändert sich auf mancherley Weise ab; indem bey dieser und andern dergleichen Figuren überall, wo Krümmungen der Linien gegen einander stehen, die Linien sich verbinden und an andern solchen Stellen von einander trennen können, wodurch sie öfters bey einer sehr geringen Veränderung ihrer Lage ganz verschiedene Richtungen annehmen. An den Stellen, wo die Scheibe gehalten wird, und nahe dabey, sind die Linien mehrentheils am meisten

 gekrümmt,

h) Die Figur wird mehrentheils um desto zusammengesetzter seyn, je näher an der Ecke die gehaltene Stelle ist.

gekrümmt, so daß zwo einander nahe Krümmungen als zwo sich durchschneidende Linien erscheinen, an andern weiter von dem gehaltenen Punkte entfernten Stellen sind die Linien weniger gekrümmt, und bisweilen fast ganz gerade. Das nämliche ist auch bey $\frac{4}{0}$, $\frac{6}{0}$, $\frac{7}{0}$ u. s. w. zu bemerken. Die mir am öftersten vorgekommenen Gestalten von $\frac{5}{0}$ habe ich bey fig. 116. und 117. abgebildet.

$\frac{5}{1}$ habe ich ein paarmal mit geraden Linien gesehen, wenn ich so verfuhr, wie ich bey $\frac{4}{1}$ angezeigt habe; öfters aber ist es wie fig. 118. oder 119. abgeändert erschienen.

$\frac{4}{2}$ zeigt sich oft regelmäßig wie fig. 120; bisweilen aber wie fig. 121, oft lösen sich auch alle Linien in ihren Durchschnittspuncten so auf, daß sieben schiefe Linien daraus werden; auf die nämliche Art, wie solches schon bey $\frac{3}{2}$ angezeigt worden ist.

$\frac{5}{2}$ habe bisweilen regelmäßig, wie fig. 123, einigemal aber wie fig. 124. abgeändert gesehen.

$\frac{4}{4}$ fig. 125. zeigt sich bisweilen als 8 schiefe Linien wie fig. 126, welche Art der Veränderung ich schon bey $\frac{2}{1}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{3}$ und $\frac{4}{3}$ angemerkt habe. Eben so kann sich $\frac{5}{4}$ als 9, $\frac{5}{5}$ als 10, $\frac{6}{5}$ als 11, $\frac{6}{6}$ als 12 unter einem Winkel von 45 Graden durch die Scheibe gehende wellenförmige Linien zeigen.

$\frac{5}{3}$ habe nie deutlich erhalten; es scheint aber fig. 127. $\frac{5}{3}$ mit einwärtsgebogenen, und fig. 128. $\frac{5}{3}$ mit auswärtsgebogenen Linien vorzustellen; der Ton ist auch bey der ersten Figur etwas tiefer, als bey der letztern. Fig. 129. ist eine Abänderung von fig. 128; indem der einzige Unterschied dieser ist, daß sich in dem Mittelpunct die Linien trennen, und o g p t, wie auch a b d f bey fig. 129. weniger gekrümmt ist, als bey 128.

Von

Von $\frac{5}{0}$, fig. 130. ist fig. 131. die gewöhnlichste Abänderung. Uebrigens beziehe ich mich bey diesem Klange auf das, was ich schon bey $\frac{4}{0}$ erinnert habe.

$\frac{5}{1}$ habe ich bisweilen mit geraden Linien, öfter aber die fig. 132. befindliche Abänderung gesehen.

$\frac{5}{2}$ ist sowohl mit geraden Linien als auch in mancherley andern Gestalten erschienen, etliche derselben habe von fig. 133. bis 136. abgebildet. Letztere ist von den übrigen wesentlich unterschieden, weil bey derselben die äusern Linien zweymal auswärts, bey den übrigen aber zweymal einwärts gebogen sind; sie ist auch fast um einen halben Ton höher, als die andern.

$\frac{5}{3}$ habe einigemal, wie fig. 137, auch so, wie fig. 133. aussehen würde, wenn noch eine Perpendicularlinie durch deren Mitte gienge; öfter aber, wie fig. 138. abgeändert gesehen. Letztere Abänderung läßt sich fast auf jeder Scheibe hervorbringen, wenn man sie da, wo zwo Linien einander durchschneiden, hält oder auflegt, einen von den nächsten Bogen zugleich berührt, und in der Mitte des nämlichen Bogens streicht.

$\frac{7}{0}$ ist einzigesmal wie fig. 139, öfter aber beynahe so abgeändert erschienen, wie $\frac{5}{0}$ bey fig. 116. und 117. zu sehen ist, nur mit zwo Linien mehr, und jede Linie mit 3 Biegungen; weil aber diese Gestalten immer an einigen Stellen etwas undeutlich waren, habe ich sie nicht mit abgebildet.

$\frac{7}{1}$ habe noch nie deutlich gesehen, $\frac{7}{2}$ aber oft, und auf zweyerley Art, nämlich mit zwo einwärtsgehenden Krümmungen der äusern Linien, wie fig. 140, nebst der bey 141. befindlichen Abänderung, und mit zwo auswärtsgehenden Krümmungen, wie fig. 142.

Von $\frac{6}{4}$ habe manche Abänderungen erhalten, die aber immer nicht bestimmt genug waren, um sie abzuzeichnen.

$\frac{7}{3}$ ist öfters, sowohl mit zweymal einwärtsgebogenen äusern Linien, (fig. 143.) als auch mit zweymal auswärtsgebogenen äusern Linien (fig. 145.) erscheinen. Zur Erläuterung meiner obigen Bemerkung, daß die zweyte Linie, welche mehrentheils gerade zu seyn pflegt, sich bisweilen eben so krümmt, wie die äusere, habe ich $\frac{7}{3}$ in der 144sten Figur so vorgestellt, wie es sich in diesem Falle, anstatt fig. 143. zeigt; das nämliche findet auch bey $\frac{6}{2}$, $\frac{7}{2}$ u. s. w. Statt.

$\frac{8}{0}$ und $\frac{9}{0}$ habe noch niemals gesehen.

Die äusersten von mir bemerkten Figuren sind $\frac{8}{1}$, $\frac{8}{2}$, (fig. 146.) $\frac{8}{3}$, $\frac{9}{1}$ und $\frac{9}{2}$; wenn man sich noch größerer Scheiben bedient, wird man diese Versuche viel weiter treiben können.

Die Tonverhältnisse dieser Schwingungsarten getraue ich mir, aller angewendeten Mühe ungeachtet, nicht mit äuserster Genauigkeit, sondern nur etwas unbestimmt anzugeben, aus eben den Gründen, die ich schon oben bey Anzeigung der Tonverhältnisse runder Scheiben angeführt habe; doch glaube ich nicht, daß die bey genauerer Beobachtung oder Berechnung etwa zu findenden Abweichungen mehr als einen halben Ton betragen werden. Damit man die von mir beobachteten Verhältnisse besser mit einander vergleichen könne, habe ich für das beste gehalten, sie in folgender tabellarischen Ordnung vorzutragen, bey welcher die perpendiculare Reihe der Zahlen, die nach einer Richtung, und die horizontale Reihe die nach der andern Richtung gehenden Linien anzeigt:

	0	1	2	3	4	5
1		fig. 87. C				
2	88 / 89. 90 G / B	91. 92 e	96--98. $\overline{d}$ -- $\overline{dis}$			
3	193--95 $\overline{cis}$ -- $\overline{d}$	99.100 / 101 $\overline{e}$ / $\overline{fis}$	102--104 $\overline{h}$	111. 112 $\overline{\overline{f}}$		
4	105. 106 / 107.108 $\overline{\overline{c}}$ -- $\overline{\overline{cis}}$ / $\overline{\overline{cis}}$ -- $\overline{\overline{d}}$	109. 110 $\overline{\overline{\overline{d}}}$ -- $\overline{\overline{\overline{dis}}}$	113 / 114 $\overline{\overline{fis}}$ / $\overline{\overline{g}}$	120--122 $\overline{\overline{h}}$	125. 126 $\overline{\overline{\overline{dis}}}$	
5	115--117 $\overline{\overline{b}}$	118. 119 $\overline{\overline{b}}$ -- $\overline{\overline{h}}$	123. 124 $\overline{\overline{\overline{cis}}}$	127 / 128.129 $\overline{\overline{\overline{dis}}}$ -- $\overline{\overline{\overline{e}}}$ / $\overline{\overline{\overline{e}}}$ -- $\overline{\overline{\overline{f}}}$	$\overline{\overline{\overline{gis}}}$	$\overline{\overline{\overline{h}}}$ -- $\overline{\overline{\overline{\overline{c}}}}$
6	130. 131 $\overline{\overline{\overline{e}}}$ -- $\overline{\overline{\overline{f}}}$	132 $\overline{\overline{\overline{f}}}$	133-135 / 136 $\overline{\overline{\overline{fis}}}$ / $\overline{\overline{\overline{g}}}$	137. 138 $\overline{\overline{\overline{a}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{c}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{dis}}}}$
7	139 $\overline{\overline{\overline{b}}}$	$\overline{\overline{\overline{b}}}$	140--142 $\overline{\overline{\overline{h}}}$	143--145 $\overline{\overline{\overline{\overline{cis}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{e}}}}$	
8		$\overline{\overline{\overline{d}}}$ -- $\overline{\overline{\overline{dis}}}$	146 $\overline{\overline{\overline{\overline{e}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{f}}}}$		
9		$\overline{\overline{\overline{fis}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{g}}}}$			

Man wird leicht sehen, daß $\frac{1}{0}$, (fig. 88.) $\frac{2}{0}$, $\frac{4}{0}$, $\frac{5}{0}$ ꝛc. mit den oben erwähnten einfachen Schwingungsarten eines an beyden Enden freyen Stabes, sowohl in Ansehung der Tonverhältnisse, als auch wenn die festen Linien gerade sind, in Ansehung der schwingenden Bewegung übereinkommen: über die andern Tonverhältnisse werde ich vorjeẓt lieber nichts weiter

sagen,

sagen, als etwa durch allzu voreilige Behauptungen zu Irrthümern Anlaß geben.

Die gleichartigen Töne an Scheiben, wie auch an Glocken und Gefäßen von gleicher Gestalt und Materie verhalten sich wie deren Dicke, und umgekehrt, wie die Quadrate der Durchmesser. Da also, welches manchen scheint paradox vorgekommen zu seyn, bey einer größern Dicke einer Glocke, Scheibe, Gefäßes oder Stabes, wenn die übrigen Umstände die nämlichen sind, die Töne höher, und bey einer geringern Dicke tiefer werden; so ist es falsch, wenn Hr. Hofrath **Karsten**[i]) behauptet, daß, so wie von zwo Saiten, die gleich lang und gleich gespannt sind, bekanntermaaßen die schwächere höher, als die stärkere klingt, es also auch mit Glocken die nämliche Bewandniß habe. Es ist auch leicht zu erachten, daß wenn an solchen klingenden Körpern von gleicher Gestalt und Materie das Verhältniß des Durchmessers und der Dicke, und an Stäben das Verhältniß der Länge und Dicke, nicht genau bekannt ist, sich aus den gegebenen Gewichten schlechterdings nicht auf die Höhe oder Tiefe ihrer Töne schließen lasse, und daß nur in dem einzigen Falle, wenn der Durchmesser und die Dicke einer Glocke, Scheibe oder Gefäßes von gleicher Gestalt und Materie und an Stäben die Länge und Dicke ganz in den nämlichen Verhältnissen stehen, die gleichartigen Töne sich verhalten, wie die Cubikwurzeln der Gewichte. Bey der bekannten Erzählung, daß **Pythagoras** die Töne der Hämmer in einer Schmiede eben so, wie auch ihre Gewichte mit den Zahlen 12, 9, 8 und 6 übereinstimmend befunden habe, hält man gemeiniglich dafür, daß die Hämmer einander ganz ähnlich müßten gewesen seyn; wenn man aber dieses annimmt, so müßten die Töne in umgekehrten Verhältnissen der Cubikwurzeln dieser Zahlen

i) in seiner Anleitung zu gemeinnütziger Kenntniß der Natur ꝛc. VII Abschnitt §. 91.

ken gestanden haben. Es ist also entweder nur ein ungefährer Zufall gewesen, daß die Töne der einander sehr unähnlichen Hämmer mit den umgekehrten Verhältnissen ihrer Gewichte übereingekommen sind, oder es ist die ganze Erzählung sehr unrichtig. Letzteres ist am wahrscheinlichsten; indem die Schriftsteller, bey welchen sich davon Nachricht findet,*) auch vorgeben, daß bey den nachher von Pythagoras angestellten Versuchen die Töne gleich langer und dicker Saiten in den Verhältnissen der ihnen angehängten Gewichte gestanden haben sollen, so daß z. B. eine durch ein angehängtes Gewicht von 12 Pfunden gespannte Saite die höhere Octave von einer nur durch eine Anhängung von 6 Pfunden gespannten Saite gegeben habe; welches aller Theorie und Erfahrung widerspricht; weil bekanntermaaßen die Töne gleich langer und dicker und aus gleicher Materie verfertigter Saiten sich verhalten, wie die Quadratwurzeln der angehängten Gewichte.

Die bisherigen Bemerkungen über die Klänge der Scheiben lassen sich zu Verfertigung eines aus Glas- oder Metallscheiben bestehenden Instruments anwenden, welches mit zween oder mehreren Violinbogen, oder vielleicht auf gewisse andere Art noch vollstimmiger gespielt werden könnte, und der gewöhnlichen Harmonika in Ansehung des Klanges einigermaßen ähnlich, auch vielleicht eines noch weitern Umfanges, und besonders in den höhern Tönen einer größern Stärke fähig seyn würde; worüber ich ein andermal mehr zu sagen gedenke.

Hört man bey jedem Klange nur einen Ton, oder hört man allezeit mehrere zugleich? Daß ein jeder klingender Körper zween oder

k) *Nicomachus Gerasenus* in Enchiridio Harmonices, p. 10. et seq. ed. Meibom. aus welchem Schriftsteller *Iamblichus* in vita Pythagorae cap. 26. die ganze

oder mehrere, oder allenfalls auch alle Töne, die er einzeln zu geben im Stande ist, auch zu gleicher Zeit könne hören lassen, ist von **Euler** und **Bernoulli** hinlänglich erwiesen, es wird solches auch bey Anstellung der vielen bisher erwähnten Versuche öfters durch die Erfahrung bestätiget; daß man aber **allezeit** mehrere Töne zugleich höre, und eben dadurch ein Klang sich von einem bloßen Schalle oder Geräusche unterscheide, wird von vielen Schriftstellern ganz ohne Grund angenommen. So heißt es in **Erxlebens** Naturlehre: l) „Ein in der Musik geübtes Ohr empfindet es deutlich, daß „kein Klang so einfach ist, als es einem weniger geübten scheinen könnte, „sondern daß in jedem Klange vielmehr alle Töne gewissermaßen mitklin„gen; vorzüglich aber hört man außer dem Grundtone allemal noch die „Octave desselben, die Octave der Quinte, und die doppelte Octave der „großen Tertie. Die Reinigkeit eines Klanges und sein Unterschied von ei„nem andern Schalle oder Geräusche scheint also nicht sowohl darinnen zu „bestehen, daß er ganz einfach und ungemischt ist, oder daß die Luft blos „Schwingungen von einerley Geschwindigkeit dabey bekömmt, sondern daß „vielmehr der eigentliche Grundton, und nach ihm die Consonanzen alle übri„gen unangenehmen Töne überwiegen; so wie auch unstreitig die Theilchen „der Saite mit ganz verschiedenen Geschwindigkeiten zittern m) müssen, un„geachtet die Saite im Ganzen nur einerley Schwingung hat.“ Der Verfas-

ganze Erzählung wörtlich ausgeschrieben hat; *Idem* in Nicomachi Arithmetic. Introduct. p. 171. sequ. *Gaudentius* in Isagoge harmonica p. 13. sequ. ed. Meibom. *Macrobius* in Somnium Scipionis lib. II. cap. 1. *Boethius* de Musica cap. 10. et 11.

l) im siebenten Abschnitte §. 291.

m) Es scheint, als ob Erxleben der irrigen Meynung des de la Hire beygetreten sey, welcher bey einem Klange Erzitterungen der kleinsten Theile angenommen hat.

Verfasser der größtentheils[n]) vortrefflichen musikalischen Artikel in Sulzers allgemeiner Theorie der schönen Künste sagt unter dem Artikel Klang, daß man bey einem etwas tiefen Tone einer Saite allemal die harmonischen Töne mithöre, und setzt hinzu: „Jeder Ton ist ein Accord, dadurch hört der „Ton auf, ein bloßes Klappern zu seyn." Rameau[o]) und nachher Jamard[p]) haben fast alle Grundsätze der Harmonie daraus herzuleiten gesucht. Hr. Prof. Busse[q]) in Dessau ist gar nicht geneigt, ein Mitklingen höherer Töne anzunehmen, und gesteht, daß er bey den Tönen reiner Blasinstrumente, wie auch bey dem Anschlagen der Saiten nur einen einfachen Ton zu hören im Stande sey, wenn 1) alle übrigen Saiten des nämlichen Instruments gehörig gedämpft sind, damit man nicht die resonirenden Consonanzen derselben mithöre, 2) wenn die Saite ganz rein, d. i. allenthalben gleichartig und von gleicher Dicke ist, 3) wenn die Nebenschwingungen vermieden werden, welche etwa durch die Berührungsstelle verursacht werden könnten.

n) größtentheils, d. h. mit Ausnahme verschiedener Irrthümer in Ansehung des physisch-mathematischen Theiles der Musik, und hauptsächlich mit Ausnahme derjenigen Stellen, in welchen die gesunden Ohren unerträgliche und aller richtigen Theorie zuwiderlaufende Kirnbergerische Temperatur angepriesen und der gleichschwebenden vorgezogen wird. Wer etwa ein günstiges Vorurtheil für die Kirnbergerische Temperatur hat, wird sich durch Lesung des Versuches über die Temperatur von Marpurg (Breßl. 1776. 8.) leicht von der Verwerflichkeit derselben überzeugen können.

o) Traité de l'harmonie par Mr. Rameau, à Paris 1772. 4.

p) Recherches sur la théorie de la Musique par Mr. Iamard, à Paris et à Rouen 1769. 8.

q) im ersten Theile seiner kleinen Beyträge zur Mathematik und Physik und deren Lehrmethode (Dessau, 1785. 8.) X. Stück, über die Harmonie im reinsten Klange.

Bey dem Grundtone einer Saite glaube ich aus eigener Erfahrung behaupten zu können, daß man an einer etwas langen, dünnen und tiefklingenden Saite auch bey aller angewendeten Vorsicht doch eine Beymischung höherer Töne deutlich vernehmen könne, vorzüglich läßt sich, wenn alles umher still ist, und das Ohr nahe an die Saite gehalten wird, bey einem schwachen Nachklingen derselben die Coexistenz des dritten und fünften harmonischen Tones mit der größten Deutlichkeit bemerken. Es ist auch nicht zu zweifeln, daß, so wie bey dem Anschlagen einer Saite die höhern consonirenden Töne anderer benachbarter Saiten mitklingen, also auch die nämliche Saite durch ihre eigenen Schwingungen veranlaßt werden muß, die höhern Consonanzen, welche sie einzeln geben kann, mit dem Grundtone zugleich hören zu lassen. Alle diese coexistirende Schwingungsarten r) sind aber nicht etwa als ein einziger

r) Ueber die verschiedenen Schwingungsarten einer Saite sind nachzulesen: Methodus incrementorum directa et inversa, auctore Brook *Taylor*, Lond. 1715. 4. ingl. verschiedene Abhandlungen von Euler in dem 9ten, 15ten, 17ten und 19ten Bande der neuen Petersburger Commentarien; in den Actis der Petersburger Academie der Wissenschaften auf 1779. P. II; 1780. P. II; und 1781. P. I; in den Mémoires der Berl. Academie der Wissenschaften auf 1748, 1753 und 1765; in dem dritten Bande der Miscellaneorum Taurinensium ꝛc. von Daniel Bernoulli in den Berliner Mémoires auf 1753 und 1765; von de la Grange in dem ersten, zweyten und dritten Bande der Miscellaneorum Taurinensium; wie auch verschiedene Schriften von d'Alembert. Manche jetzt erwähnte Aufsätze hätten von einigen neuern Schriftstellern besser sollen benutzt werden, als geschehen ist. In dem zweyten Stücke des vierten Bandes des Magazins für das neueste aus der Physik und Naturgeschichte, zuerst herausgegeben vom Legationsrath Lichtenberg, fortgesetzt von Professor Voigt in Gotha, wird S. 172. von der Existenz eines zu Dublin herausgekommenen Werkes: An Enquiry into the principal Phaenomena of Sounds and musical strings, by *Matthew Young*. 1784. 8. Nachricht

ger Klang, oder als wesentliche Bestandtheile des Grundtones, wie einige behaupten, sondern als mehrere von dem Grundtone und von einander ganz verschiedene Klänge anzusehen, die an der nämlichen Saite zu gleicher Zeit, eben so, wie an mehreren Saiten, Statt finden können. Auch Blasinstrumente s) können mehrere Töne zu gleicher Zeit geben, die, wenn das untere Ende offen ist, in Verhältnissen der natürlichen Reihe ganzer Zahlen stehen, wenn aber das untere Ende gedeckt ist, mit den ungeraden Zahlen übereinkommen. Es zeigt solches die Erfahrung sehr leicht, wenn man etwas stärker bläst, als zu Hervorbringung des Grundtones, und etwas schwächer, als zu einer bestimmten Hervorbringung des nächsten Tones erfordert wird. Die darinnen befindliche Luft, welche den klingenden Körper vorstellt, kann nämlich zwo oder mehrere Schwingungsarten zugleich annehmen, ohne daß eine der andern hinderlich ist. Wenn bey dem Grundtone einer Pfeife oder eines andern Blasinstruments auch alle Vorsicht angewendet wird, um denselben ganz rein zu erhalten, glaube ich doch das Mitklingen des nächstfolgenden Tones schwach, aber doch ziemlich deutlich, hören zu können; ob dasselbe aber unter allen Umständen Statt finde, ob

 auch,

richt gegeben, und gesagt, es enthalte so viel neues, und berichtige so viel irriges, daß es billig als das wichtigste Werk in diesem Fache angesehen werden könne. Sauveur hat meines Wissens zuerst brauchbare Versuche über die harmonischen Töne einer Saite angestellt, und selbige in der Histoire und den Mémoires der Pariser Academie der Wissenschaften auf 1701. bekannt gemacht.

s) Man findet über die Töne der Blasinstrumente weitere Belehrung in der théorie des tons de l'Orgue von Daniel Bernoulli, welche in den Mémoires der Pariser Academie der Wissenschaften auf 1762. befindlich ist; und in einer Abhandlung von Lambert, sur les tons des flutes, in den neuern Mémoires der Berliner Academie der Wissenschaften auf 1775.

auch, so wie bey dem Grundtone einer Saite, außer dem nächstfolgenden Tone allezeit noch mehrere, oder wohl gar alle übrigen Töne mitzuklingen pflegen, getraue ich mir nicht zu bestimmen; indem ich bisher keine hinlängliche Versuche darüber angestellt habe. Wenn an Stäben, Scheiben, Glocken und andern elastischen Körpern, wo die höhern Töne in andern Verhältnissen stehen, als an einer Saite, mehrere Töne zugleich klingen, so sind es schlechterdings keine andern, als die, welche der nämliche Körper einzeln geben kann. Bey den Schwingungsarten eines Stabes, wo die Axe nirgends durchschnitten wird, nämlich in den Fällen, wenn das eine Ende ganz fest, das andere frey ist, (fig. 147.) wenn beyde Enden nur etwas fest sind, (fig. 153.) wenn beyde Enden ganz fest sind, (fig. 155.) wenn ein Ende ganz, das andere etwas fest ist, (fig. 156.) zeigt auch die Erfahrung, daß man allezeit den nächstfolgenden Ton, bisweilen auch noch einen bey einem schwachen Nachklingen des Grundtons, wenn dieser etwas tief ist, schwach mithören könne, die in Bewegung gesetzte Stelle sey, welche sie wolle. Alle einzelne harmonische Töne einer Saite, wie auch alle Töne anderer klingender Körper, bey denen die Axe von den Schwingungen durchschnitten wird, sind zwar auch der Möglichkeit des Mitklingens anderer Töne unterworfen, man kann aber durch Dämpfung der in Ruhe bleibenden Stellen alle Töne, bey denen die Axe nicht in den nämlichen Stellen durchschnitten wird, ausschließen und den verlangten Ton ganz rein darstellen. Durch die Erfahrung läßt sich dieses sehr leicht bestätigen, bisweilen hört man nämlich bey dem Streichen eines Stabes oder einer Scheibe zwo Töne zugleich, und es erscheint sodann bey dem Aufstreuen des Sandes keine bestimmte Configuration; berührt man aber eine oder ein paar Stellen, welche bey dem einen Klange, nicht aber bey dem andern in Ruhe bleiben, so wird man den verlangten Klang ohne Beymischung eines andern hören, und eine bestimmte Figur erhalten. Wenn man also gewußt hätte, daß es

klingende Körper gebe, bey denen die höhern Töne in ganz andern Verhältnissen, als bey einer Saite, und größtentheils in unharmonischen und irrationalen Verhältnissen stehen, daß man auch bey jedem einzelnen harmonischen Tone einer Saite, wie auch bey jeder Schwingungsart eines andern elastischen Körpers, wo die Axe von den Schwingungen durchschnitten wird, durch Dämpfung der in Ruhe bleibenden Stellen alle andere Töne ausschließen könne; so würde gewiß niemand auf den Einfall gerathen seyn, aus dem Mitklingen der mit der natürlichen Reihe der Zahlen übereinkommenden Töne bey dem Grundtone einer Saite auf die Coexistenz dieser Töne bey einem jeden andern Klange zu schließen, und dieselbe als ein wesentliches Unterscheidungskennzeichen eines Klanges von jedem andern Schalle anzusehen, oder wohl gar alle Grundsätze der Harmonie daraus herzuleiten.

Ein **Klang** entstehet, wenn ein elastischer Körper gleichzeitige und hörbare Schwingungen macht. Die Gleichzeitigkeit der Schwingungen ist unstreitig die einzige wesentliche Eigenschaft, durch welche sich ein Klang von jedem andern Geräusche unterscheidet. In Sulzers Theorie der schönen Künste wird unter dem Artikel **Klang** außer dem, was vorhin angeführt ist, noch ein unrichtiges Unterscheidungszeichen eines Klanges von jedem andern Laut angegeben. Es heißt nämlich daselbst: „Der Klang ist „ein anhaltender steter Schall, der von dem bloßen Laut dadurch unterschieden ist, daß dieser nur einzelne abgesetzte Schläge hören läßt, wie die „Schläge eines Hammers, da der Klang anhaltend ist. Wie sich das Herunterfallen einzelner Tropfen, sie folgen schneller oder langsamer auf einander, zu dem steten Rinnen eines Wasserstrales verhält, so verhält sich der „bloße Schall oder Laut, der aus einzelnen Gehörtropfen besteht, zu dem „Klange, der ein ununterbrochenes Fließen des Schalles ist, u. s. w.“ Wenn dieser Begriff von einem Klange richtig wäre, so müßte das durch

Rinnen eines Wasserstrales, und jedes durch Reiben, Schaben oder Kratzen verursachte anhaltende Geräusch ein wahrer Klang seyn; wie sich denn der Verfasser dieses Artikels selbst genöthiget gesehen hat, das Rasseln der Räder an einem sehr schnell gehenden Wagen diesem Begriffe zufolge als einen Klang ansehen zu müssen, weshalb er nachher bey jedem brauchbaren Klange das Mitklingen der in Verhältnissen der natürlichen Zahlen stehenden Töne als eine wesentliche Eigenschaft annimmt, durch welche derselbe sich, seiner Meynung nach, von einem bloßen Klappern unterscheiden soll.

Ton nennt man einen Klang, bey dem man nur auf seine Höhe oder Tiefe, d. i. auf die mehrere oder mindere Geschwindigkeit der Schwingungen, Rücksicht nimmt. Hr. Prof. Funk hat in seiner Abhandlung über Schall und Ton fast allemal das Wort Ton anstatt des Wortes Klang gebraucht, er hat auch nicht eingesehen, daß, wenn sich einige Schriftsteller des Ausdrucks bedienen: ein Ton (oder der Begriff von einem Tone) entstehe aus der Vergleichung mehrerer Klänge, solches nichts anders bedeutet, als, man sehe bey dem Worte Ton bloß auf die Höhe oder Tiefe eines Klanges. Daß er diesen Ausdruck gänzlich misverstanden habe, ist aus folgenden Stellen zu ersehen: „Viele Naturkündiger haben unrichtige Begriffe „von Entstehung eines Tones gehabt und gegeben, wenn sie gesagt haben, „er entstehe aus der Vergleichung einiger Schälle. Es würde hieraus folgen, ein einziger Ton sey kein Ton, welches man doch unmöglich behaupten „kann.†) Und: errant plerique Physici in tono ita definiendo: Oriri „eum ex comparatione diversorum sonorum. Iam pulset mihi aliquis „una

†) S. dessen Abhandlung über Schall und Ton, in dem Leipziger Magazin zur Naturkunde, Mathematik und Oeconomie, herausgegeben von Funk, Leske und Hindenburg, Jahrg. 1781. S. 93.

„una manu mensam, altera parietem, et comparet sonos inde productos,
„an habebit tonum? u)“

So wie ein jeder elastischer Körper zwo oder mehrere Arten der schwingenden Bewegung zu gleicher Zeit annehmen kann, eben so kann auch eine fortgehende oder drehende Bewegung mit der schwingenden verbunden seyn, es können auch alle drey Arten der Bewegung (motus vibratorius, progressivus und rotatorius) auf unendlich verschiedene Weise zu gleicher Zeit Statt finden, ohne daß eine der andern im mindesten hinderlich ist. x) Aus einer sehr gewöhnlichen Verbindung einer schwingenden und drehenden Bewegung ist folgende Erscheinung zu erklären, welche Hr. Prof. Busse y) erwähnt, und zu weiterer Untersuchung empfiehlt. Er sagt nämlich: „Der „Raum, durch welchen die Saite schwingt, erscheint uns wie eine Fläche, „deren äusere krummlinige Gränzen vorzüglich stark ins Auge fallen. Weil „sich nämlich die schwingende Saite an den beyden Gränzen länger als in „der Mitte der Fläche aufhält; so hat man ungefähr das Bild, als ob an „den Gränzen zwo Saiten gespannt wären, und die dazwischen fallende Flä„che aus einem dünnen Spinnengewebe bestände. Berührt man nun die „Saite weit von ihrem Mittelpuncte, so scheint sich zwischen den beyden „Saitenbildern an den Gränzen der Fläche, ein drittes Saitenbild langsam „hin und her zu bewegen. — — Jenseit der Mitte bewegt sich das dritte „Saitenbild entgegengesetzt, und an andern Stellen scheinen sich zwey solche „Saitenbilder gegen einander zu bewegen u. s. w.“ Um die zusammengesetzte

u) de sono et tono p. 5.

x) Daniel Bernoulli und Euler haben dieses in dem 15ten und 19ten Bande der neuen Petersburger Commentarien erwiesen.

y) in dem ersten Theile seiner kleinen Beyträge zur Mathematik und Physik S. 137. in der Note.

setzte Bewegung, durch welche diese Erscheinung bewirkt wird, recht deutlich wahrzunehmen, spanne man einen eisernen oder stählernen Stab, der lang und dünn genug ist, um langsame Schwingungen zu machen, an dem einen Ende in einen Schraubenstock, biege ihn etwas, und lasse ihn unter einem schiefen Winkel mit der Mündung des Schraubenstockes losschnellen. Den Weg, welchen der Stab bey der dadurch entstehenden zusammengesetzten Bewegung beschreibt, wenn man alle Schwingungen als gleich weit annimmt, habe ich in der 81sten Figur einigermaßen vorgestellt. Wenn man nämlich den Stab, dessen natürliche Stelle in der Mitte der Figur ist, nach C gebogen hat, und nach der Richtung CD losschnellen läßt, so wird er ungefähr folgenden Weg gehen können: CDxC uDtCsDrCqDpCoDnCmDBCAaBbAcBdAeBfAgBhAiBkA; sodann wird sich etlichemal in dem Durchmesser dieser zusammengesetzten Bewegung AB hin und her bewegen, und nachher auf dem nämlichen Wege, auf welchem er vorwärts gegangen ist, wieder rückwärts gehen, wenn er solchergestalt durch AkBiAhBgAfBeAdBcAbBaACBDmCnDoCpD qCrDsCtDuCxDC wieder zurückgegangen ist, wird er in dem zweyten Durchmesser dieser Bewegung CD einigemal hin und her schwingen, und sodann den schon beschriebenen Weg CDxCuDtCsD :c. von neuem antreten u. s. f. Die beyden Durchmesser AB und CD machen bey fig. 81. mit einander rechte Winkel, sie können aber auch unter jedem andern Winkel einander durchschneiden. Wenn das Auge sich in der Richtung des einen Durchmessers AB befindet, so erblickt man, während daß sich der Weg des Stabes durch AaBbAcBd :c. diesem Durchmesser nähert, zwey langsam gegen einander sich bewegende Bilder des Stabes; während daß er in dem Durchmesser AB einigemal hin und her schwingt, scheint er sich gar nicht zu bewegen; während daß er sich von diesem Durchmesser durch AkBiAhBgAf :c. entfernt, siehet man zwey sich langsam

aus einander bewegende Bilder desselben; so lange die Bewegung sich dem andern Durchmesser CD nähert oder von demselben entfernt, wird man an jeder Gränze dieser Bewegungen bey C und D ein Bild des Stabes sehen. Die zwischen beyde scheinbare Bilder des Stabes fallende Fläche erscheint allezeit ungefähr so, als ob sie aus einem dünnen Spinnengewebe bestände. In solchen Fällen, wo das Auge in einer schiefen Richtung gegen einen Durchmesser sich befindet, oder wo die beyden Durchmesser schiefe Winkel mit einander machen, wird diese Bewegung auf sehr mannigfaltige Art erscheinen können. An einem ungefähr 6 Fuß langen und 3 Linien dicken eisernen Stabe habe ich, wenn das eine Ende in einen Schraubenstock gespannt war, verschiedenemal auch bey der zweyten, dritten Schwingungsart ꝛc. deutlich wahrgenommen, daß die schwingenden Theile sich nach abwechselnden Richtungen auf die vorher beschriebene Art bewegten, und die Schwingungsknoten dabey ganz ruhig blieben; eben so kann auch jede andere mögliche Schwingungsart eines Stabes, wie auch jede mögliche Schwingungsart einer Saite mit einer drehenden Bewegung verbunden seyn, wie sie denn auch bey mehreren coexistirenden Schwingungsarten auf mancherley Weise zu gleicher Zeit Statt finden kann. Wenn Hr. Prof. Busse an dem in der einen Hälfte der Saite sich scheinbar bewegenden Saitenbilde eine dem jenseit der Mitte befindlichen entgegengesetzte Bewegung beobachtet hat, so liegt der Grund davon unstreitig in einer solchen mit dem ersten harmonischen Tone verbunden gewesenen drehenden Bewegung.

Eine noch ganz unbekannte Schwingungsart, die vielen Stoff zu weitern Untersuchungen geben kann, habe ich einigemal an nicht allzu dünnen parallelipipedischen Stäben, deren eines Ende in einen Schraubenstock gespannt war, beobachtet. Es zeigt sich nämlich bisweilen, wenn man eine von den vier Kanten des Stabes mit dem Violinbogen streicht, mitten auf jeder Seite eine sich durch die ganze Länge derselben erstreckende feste Linie, welche auf jeder beliebigen Seite, wenn sie horizontal ist, durch Aufstreuung des Sandes sichtbar gemacht werden kann. Es schwingen bey dieser Art des Klanges die vier Kanten des Stabes, und die dabey ruhig bleibenden Theile

 bilden

bilden zwo in dem innern des Stabes sich rechtwinklich durchschneidende Flächen, deren äusere Gränzlinien auf der Mitte einer jeden Seite befindlich sind. Auch an viereckigen Stimmgabeln habe ich einigemal eine ähnliche Schwingungsart bemerkt; indem auf jeder horizontalgehaltenen Seite derselben eine sich durch die ganze Länge beyder Schenkel erstreckende feste Linie bey dem Sandaufstreuen erschien. Der Ton war dabey allemal so hoch, daß ich sein Verhältniß gegen die übrigen unmöglich bestimmen konnte.

An etwas langen und dünnen Saiten zeigt sich eine, soviel mir bekannt ist, noch von niemanden beobachtete Folge von Schwingungsarten, wenn man sie mit dem Violinbogen unter einem sehr spitzigen Winkel streicht. Wenn das Streichen in deren Mitte oder in keiner großen Entfernung davon geschieht, so hört man einen Klang, der den gewöhnlichen Grundton der Saite ungefähr um drey bis fünf Octaven an Höhe übertreffen kann. Wird die Mitte der Saite durch gelinde Berührung mit dem Finger, oder auf andere Art gedämpft, und die Mitte einer von den beyden Hälften auf die vorhererwähnte Art gestrichen, so erhält man einen Ton, der um eine Octave höher ist, als der vorige. Eben so kann man, wenn die Saite durch Berührung eines Schwingungsknoten in 3, 4 oder mehrere Theile eingetheilt, und in der Mitte eines schwingenden Theiles gestrichen wird, soweit es deren Länge zuläßt, noch mehrere Töne erhalten, die in den nämlichen Verhältnissen gegen den ersterwähnten Ton stehen, wie die bey gleicher Abtheilung der Saite durch rechtwinkliches Streichen zu erhaltenden harmonischen Töne gegen den Grundton. Alle diese Töne klingen ziemlich unangenehm, und lassen sich deshalb nicht füglich zu einem practischen Gebrauche anwenden; verdienen aber doch wegen ihrer gänzlichen Abweichung von allen übrigen Schwingungsarten genauer untersucht zu werden. Sie haben kein bestimmtes Verhältniß gegen die durch rechtwinkliches Streichen zu erhaltenden Töne; indem dabey sehr wenig auf die Spannung der Saite ankommt, so daß, wenn die gewöhnlichen Töne durch eine stärkere Spannung fast um eine Octave erhöhet werden, die Höhe dieser neubeobachteten Töne kaum um einen halben Ton zunimmt.

Vielleicht können die obigen Bemerkungen über die elastischen Krümmungen einer Scheibe und Glocke Anlaß geben, um überhaupt die Theorie der Krümmungen einer Fläche oder eines Körpers, welche ein unbegränztes Feld zu weiteren Untersuchungen darbietet, mehr zu bearbeiten, als bisher geschehen ist; indem doch nun mehrere Voraussetzungen zu deren Berechnung, und mehrere Mittel, um die Richtigkeit derselben durch Versuche zu prüfen, vorhanden sind. In sofern die Analysis zu Erläuterung dieser Theorie gegenwärtig noch nicht hinreichend ist, wird es doch wohl nicht unmöglich seyn, sie nach und nach so weit zu vervollkommnen, als dazu erfordert wird. Wie weit man hierinnen noch zurück sey, erhellet aus folgenden Geständnisse Eulers, in dem 15ten Bande der neuen Petersb. Comment. S. 381: „Quae „adhuc de figura corporum flexibilium et elasticorum a Geometris in medium „sunt allata, non latius, quam ad fila simplicia sunt extendenda. — Quae „enim passim de curvatura lintei et veli tradita reperiuntur, eatenus tantum ad„mitti possunt, quatenus has figuras ad curvaturam fili simplicis referre licet. „Quin etiam omnia, quae in hoc genere sunt explorata, ad curvas tan„tum in eodem plano formatas sunt restringenda: quare longissime adhuc „sumus remoti a theoria completa, cuius ope non solum superficierum, „sed etiam corporum flexibilium figura definiri queat; atque haec theoria „etiamnunc tantopere abscondita videtur, ut ne prima quidem eius prin„cipia adhuc sint evoluta." Es sind auch seit der Zeit, da Euler dieses schrieb, meines Wissens hierinnen keine weitere Fortschritte geschehen.

Uebrigens gedenke ich zu einer andern Zeit manches bisher gesagte noch mehr zu erläutern und zu berichtigen, wie auch sowohl über die Schwingungen einiger anders gestalteter elastischer Körper, als auch über verschiedene andere Gegenstände Bemerkungen zu liefern; vorzüglich alsdenn, wenn etwa in der Folge ein günstigeres Schicksal mir verstatten sollte, ein mehreres an physische und mechanische Versuche wenden zu können, als ich vorjetzt daran zu wenden im Stande bin.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

Inhalt:

Vorerinnerungen . . . . . S. 1.

Einfache Schwingungsarten elastischer Stäbe und Blechstreifen . 4.

Schwingungsarten elastischer Ringe . . . 16.

Allgemeine Bemerkungen über Schwingungen ganzer Flächen . 18.

Schwingende Bewegungen einer Rectangelscheibe . . 21.

— — — einer Glocke, runden Scheibe oder Gefäßes 24.

— — — einer Quadratscheibe . . . 51.

Ueber die Coexistenz mehrerer Töne an dem nämlichen klingenden Körper 65.

Ueber den Begriff der Worte: Schall und Ton . . . . 71.

Eine sehr gewöhnliche zusammengesetzte Bewegung eines Stabes oder einer Saite . . . . 73.

Eine besondere Schwingungsart parallelipipedischer Stäbe . . 75.

Eine noch unbeobachtete Tonfolge an Saiten . . . . 76.

Beschluß . . . . 77.

Zu verbessern ist folgendes:

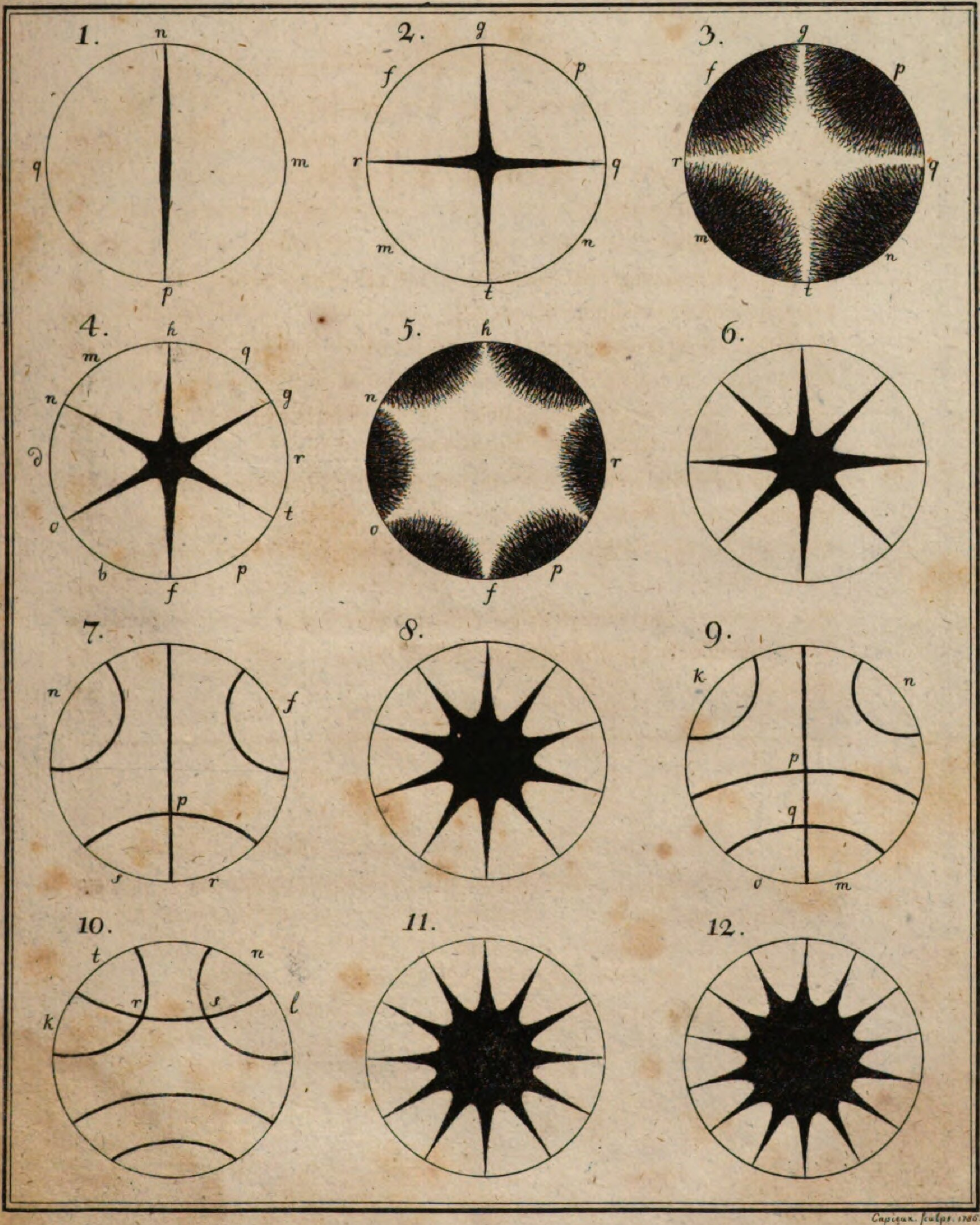
S. 8. muß es in der zweyten Zeile anstatt $\overline{\overline{\overline{h}}}-$, heißen: $\overline{\overline{\overline{b}}}+$, in der untersten Zeile muß anstatt $\overline{h}-$, $\overline{\overline{h}}+$ stehen: $\overline{b}+$, $\overline{\overline{h}}-$, es müssen auch über dem letzten a nur vier Striche s.yn.

S. 10. soll es in der 20sten Zeile anstatt $\overline{\overline{\overline{b}}}$ heißen: $\overline{\overline{\overline{b}}}+$.

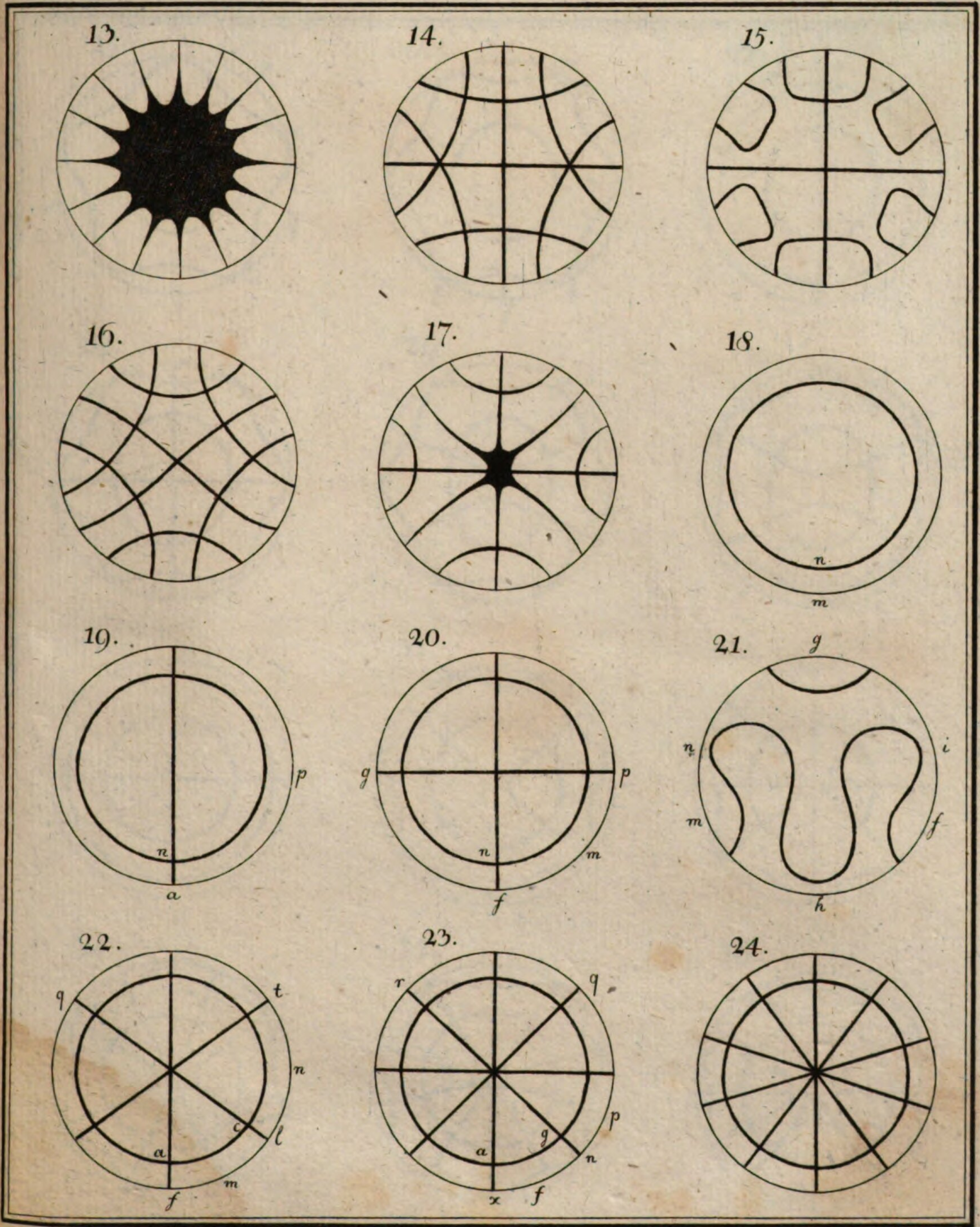
S. 16. Z. 14. anstatt: Es wird von diesen ꝛc. l. Es wird auch von diesen ꝛc.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MÜNCHEN

Tab. I.

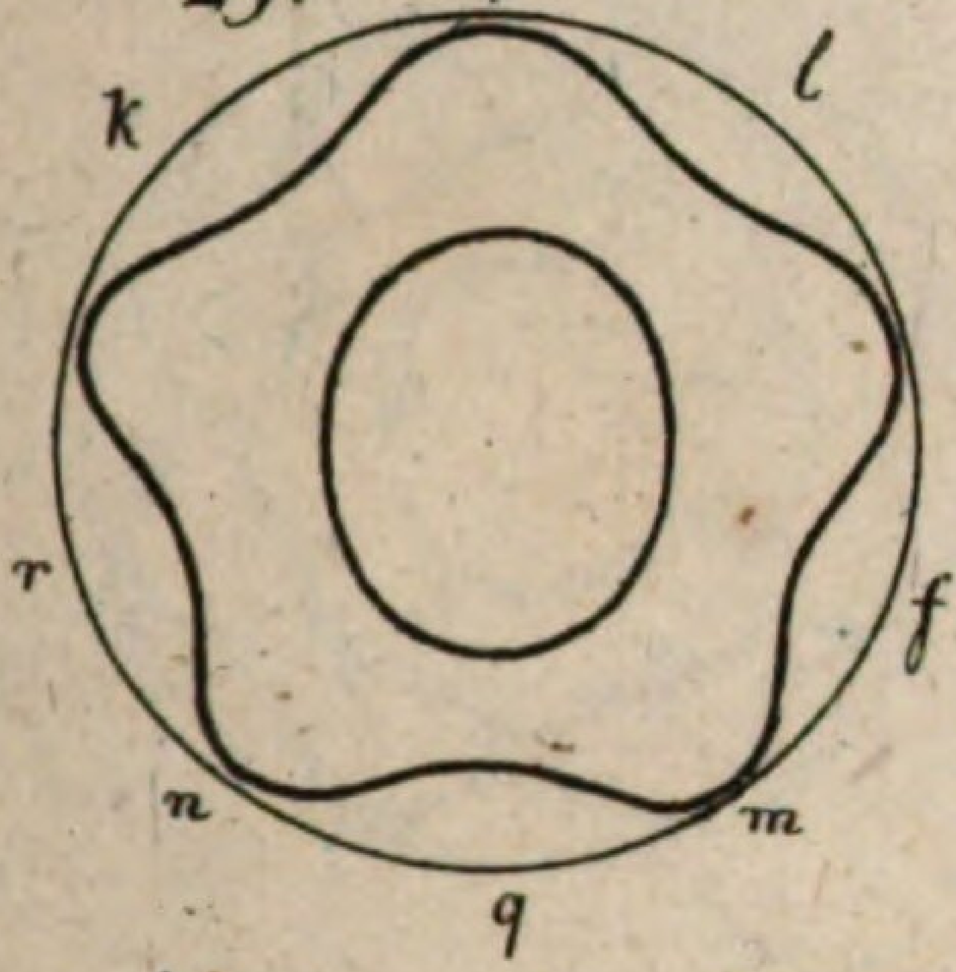


Capieux. sculps. 1786.

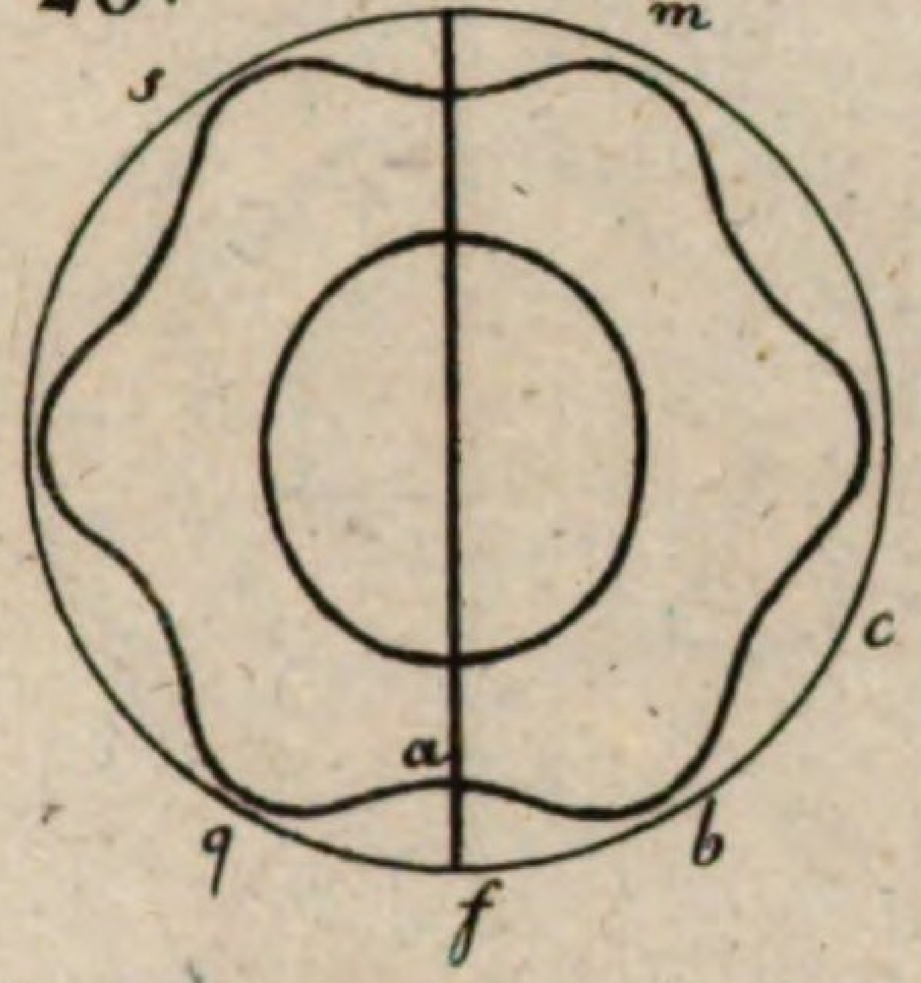


Capieux sculps. 1786.

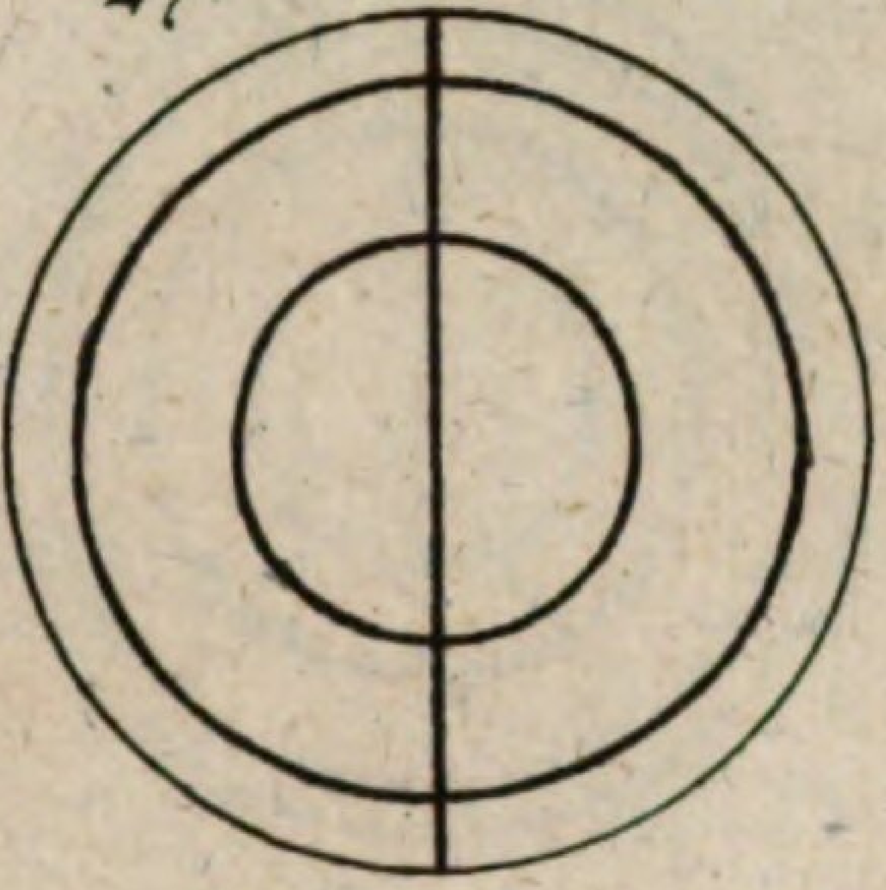
25.



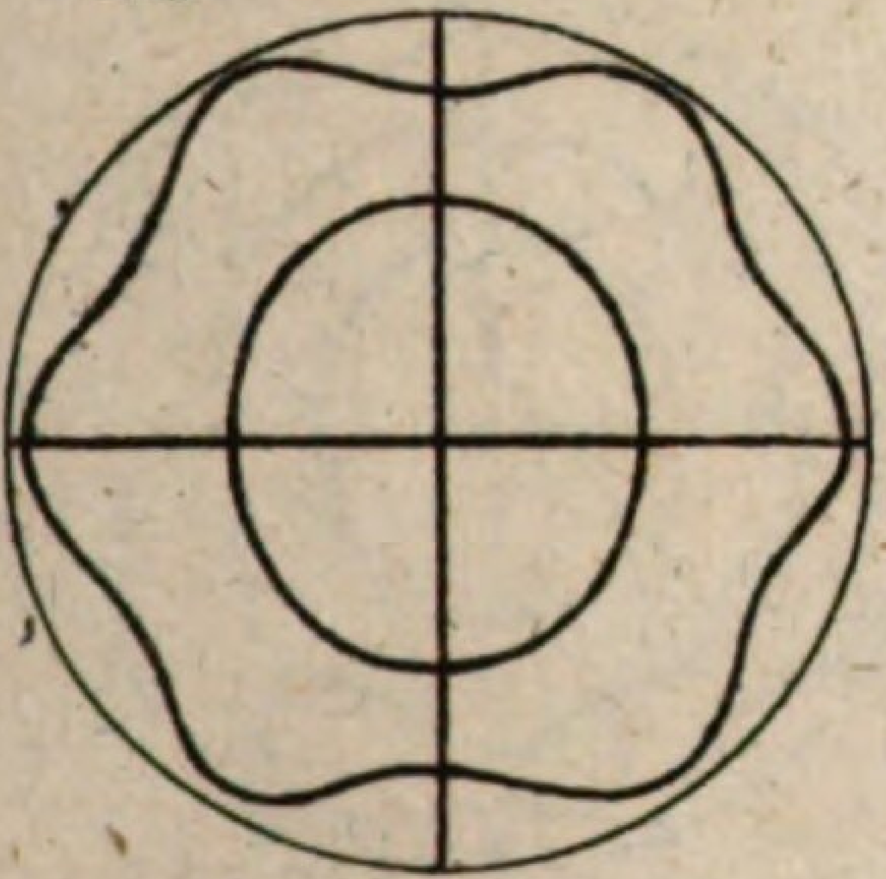
26.



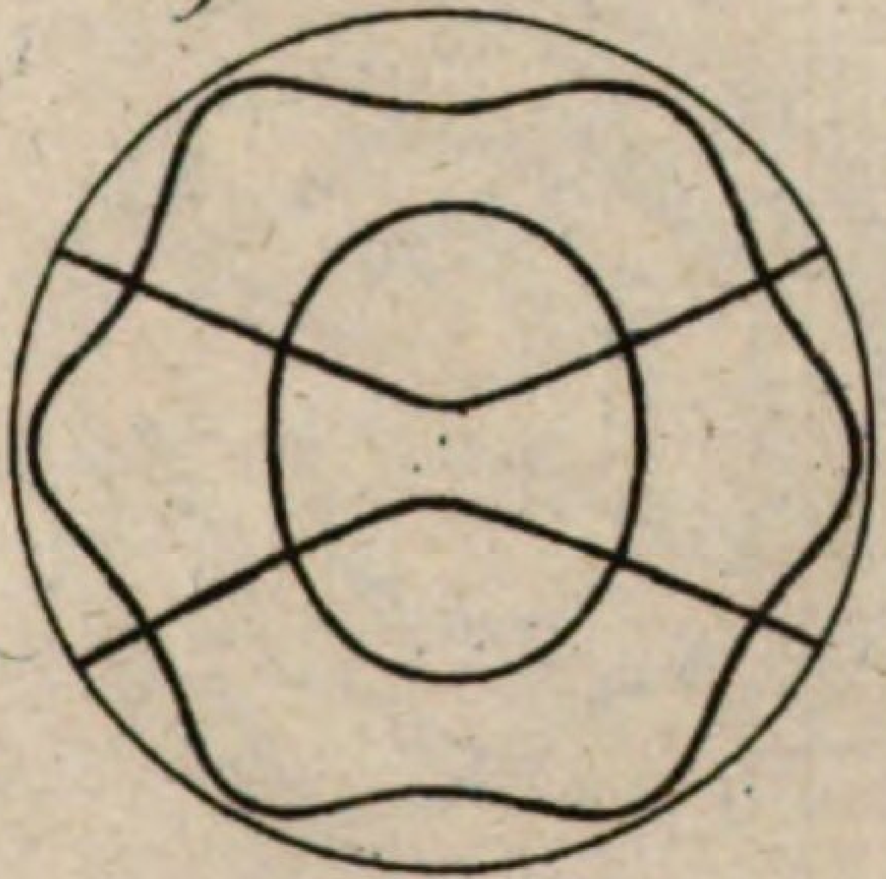
27.



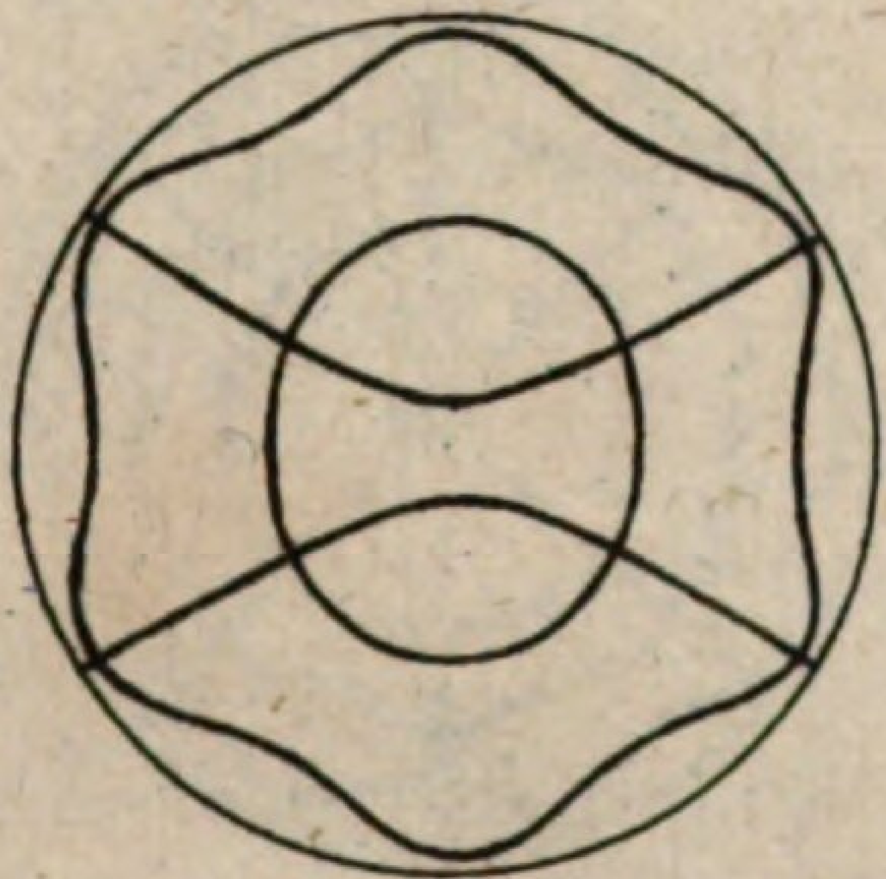
28.



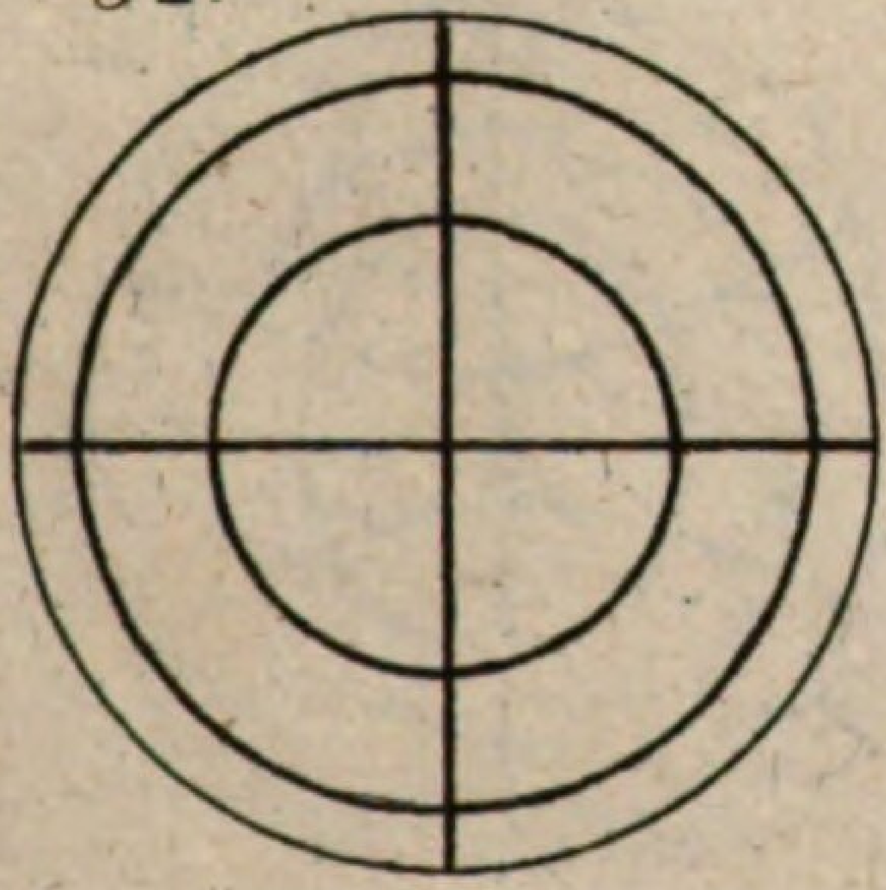
29.



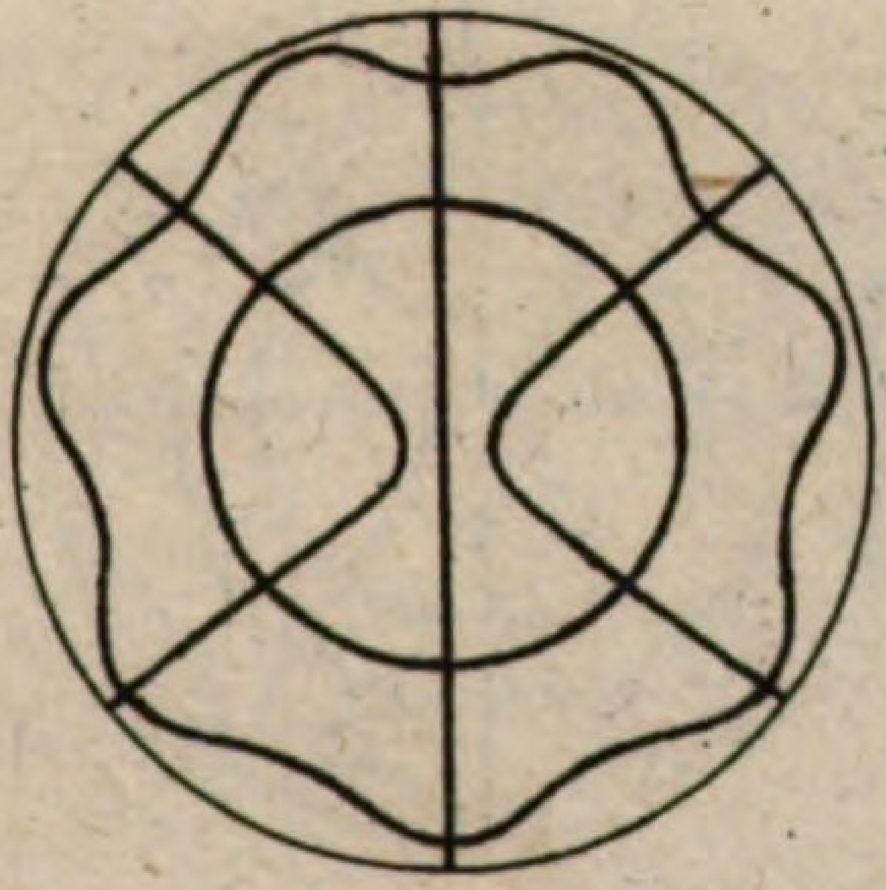
30.



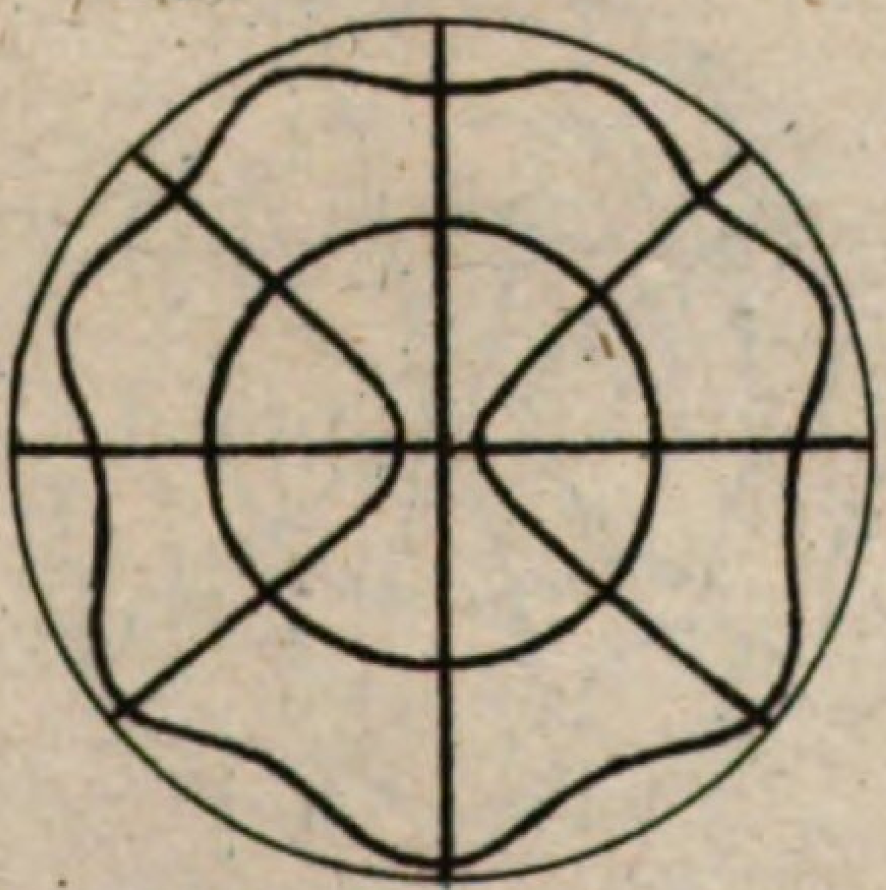
31.



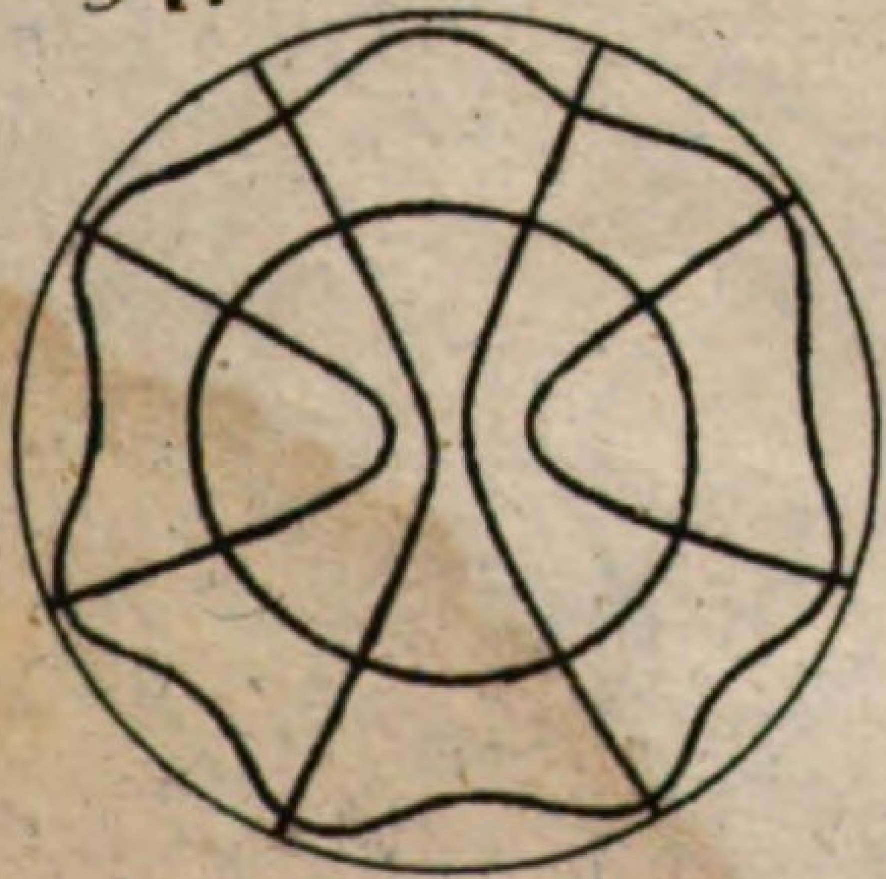
32.



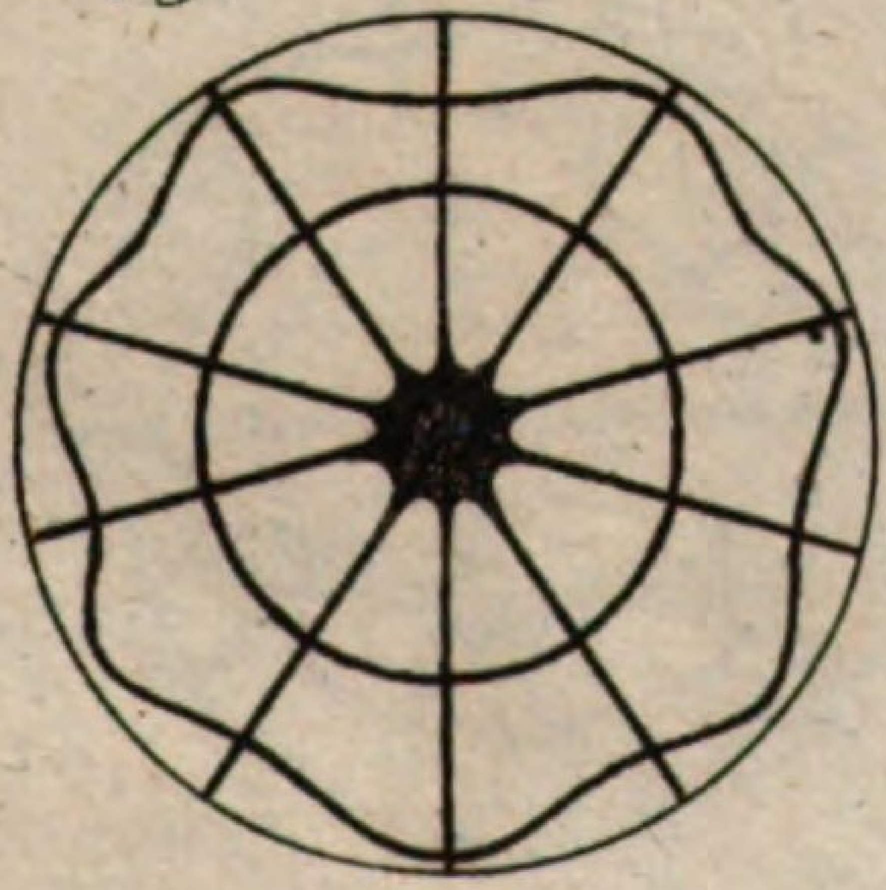
33.



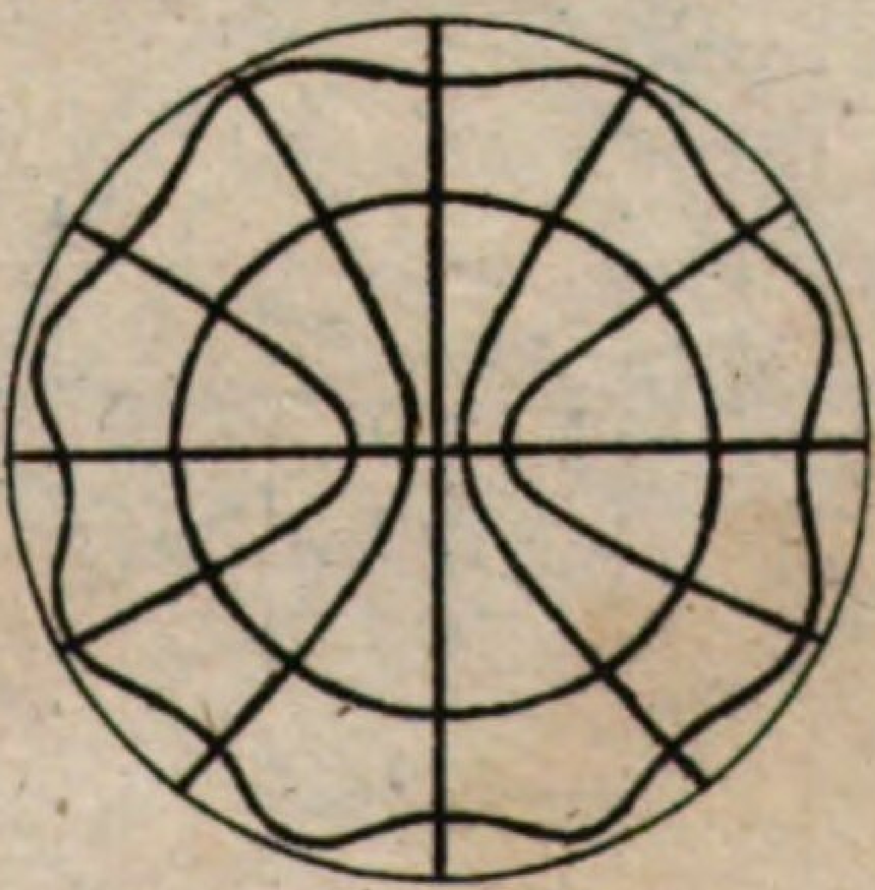
34.



35.



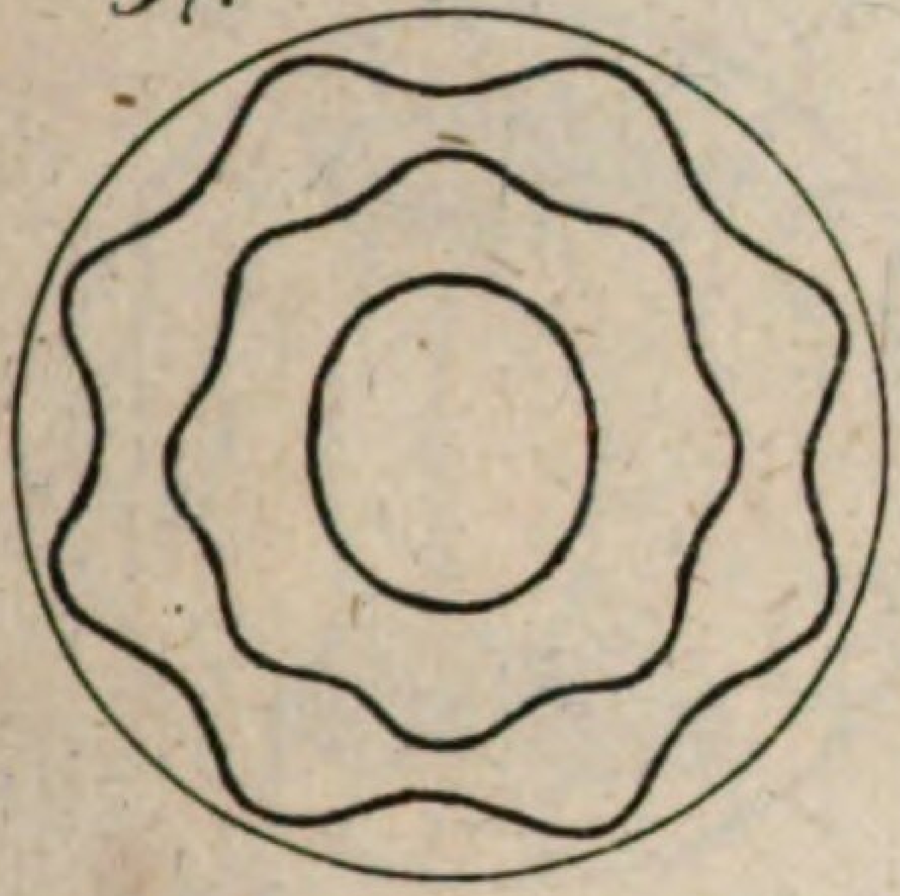
36.



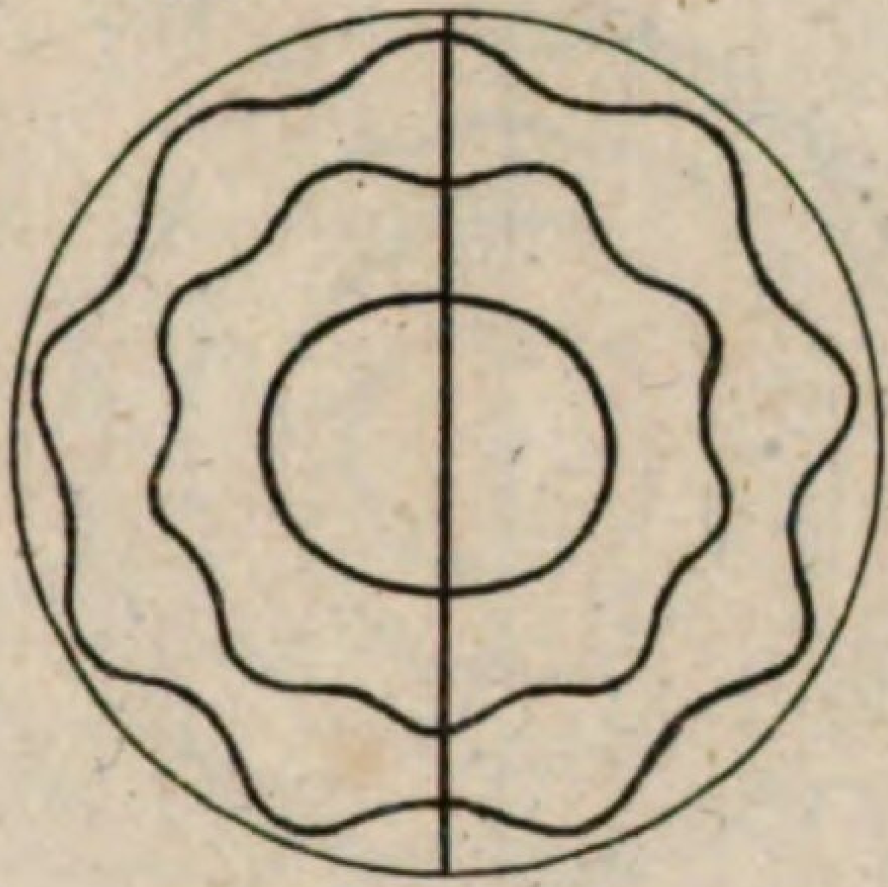
Capieux. sculps. 1786

Tab. IV.

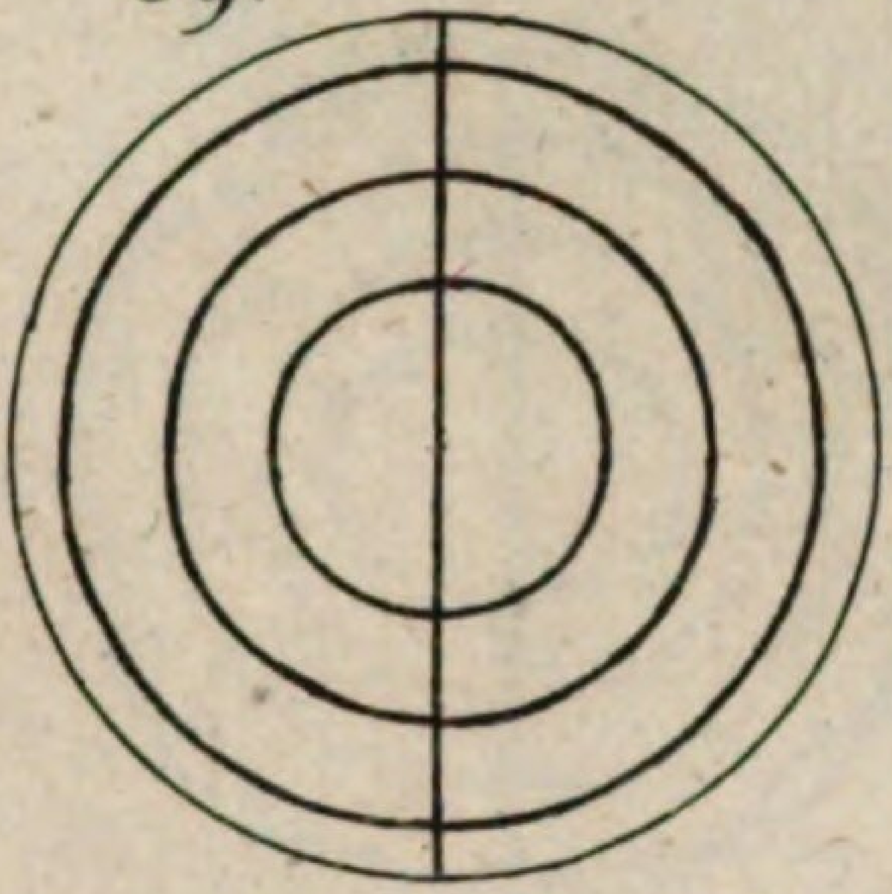
37.



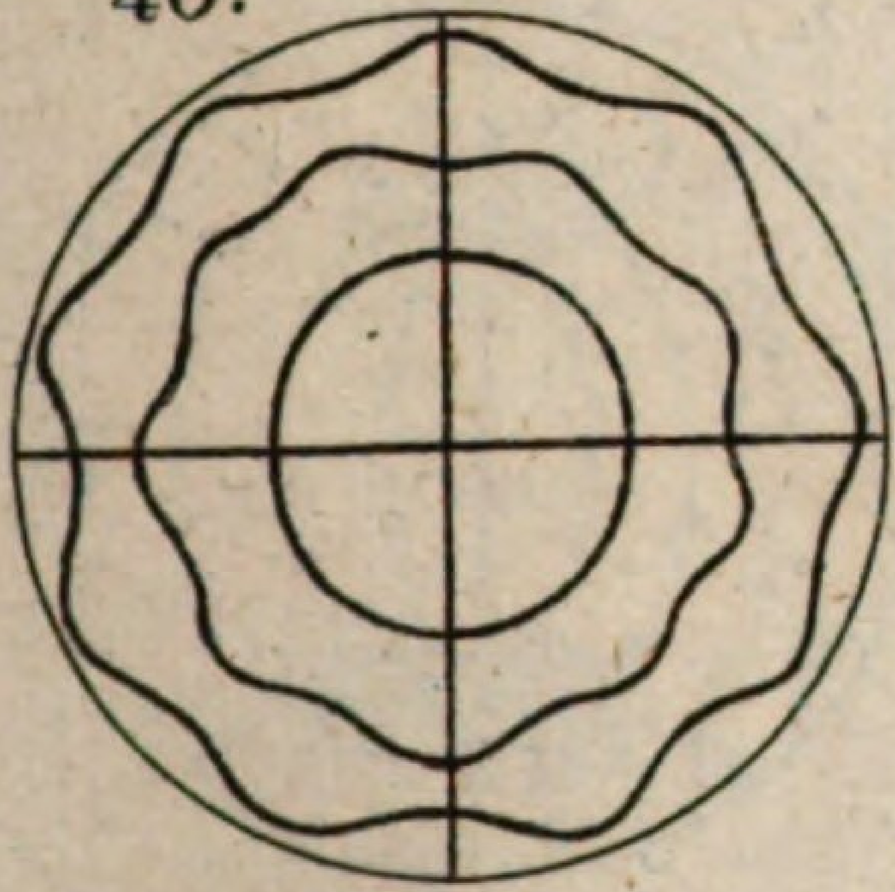
38.



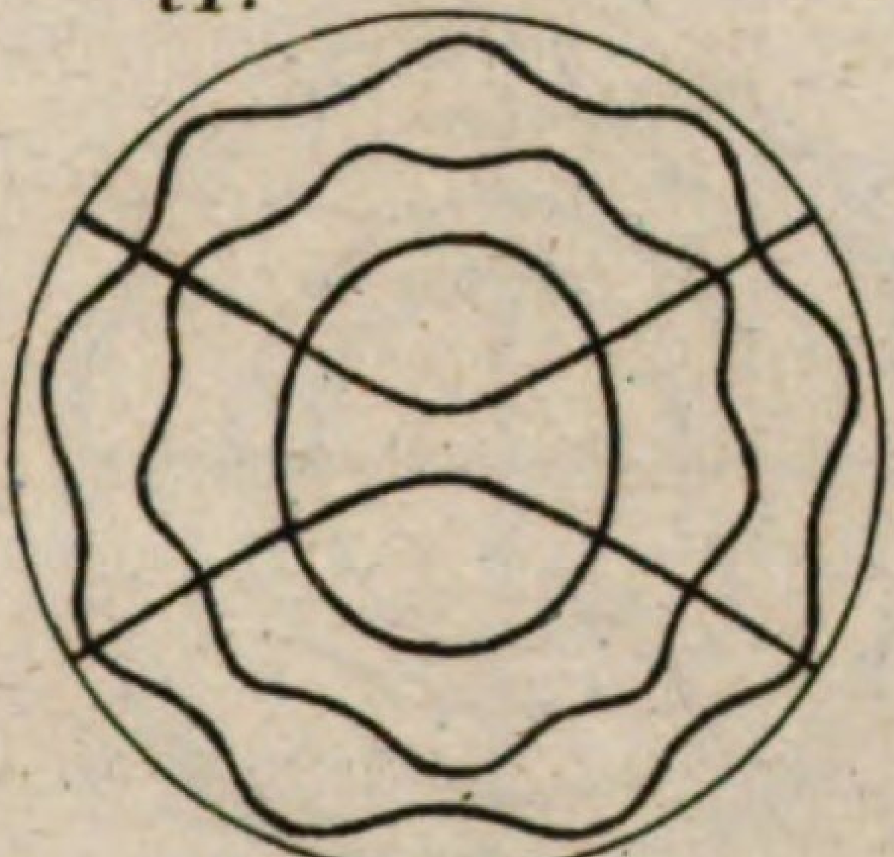
39.



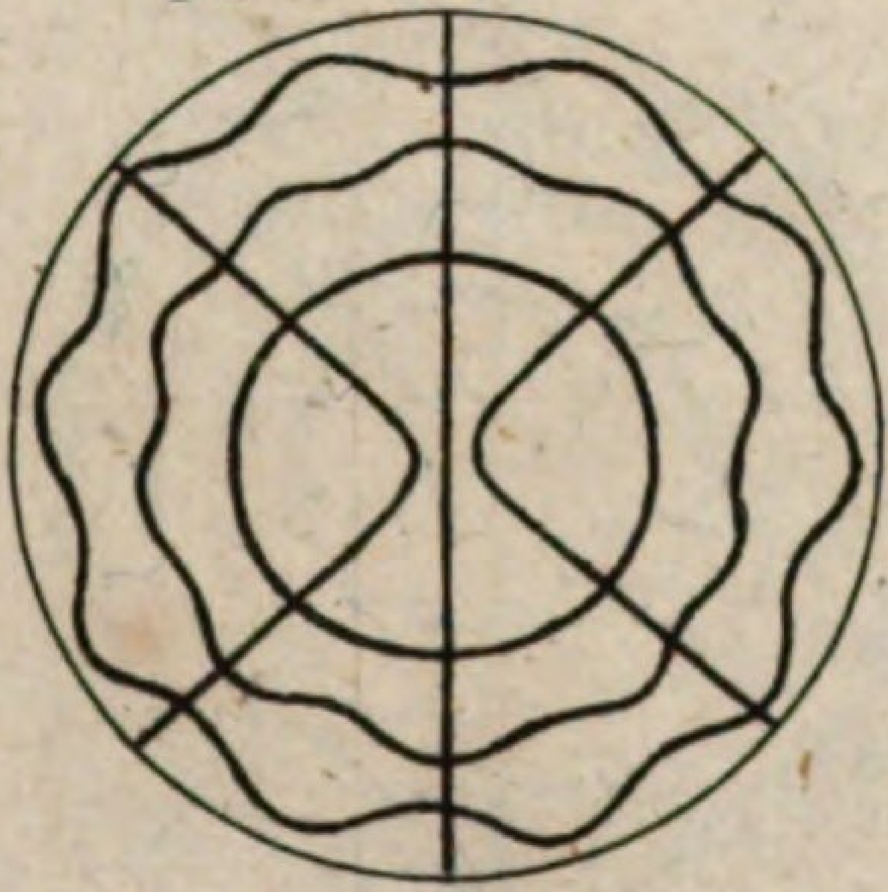
40.



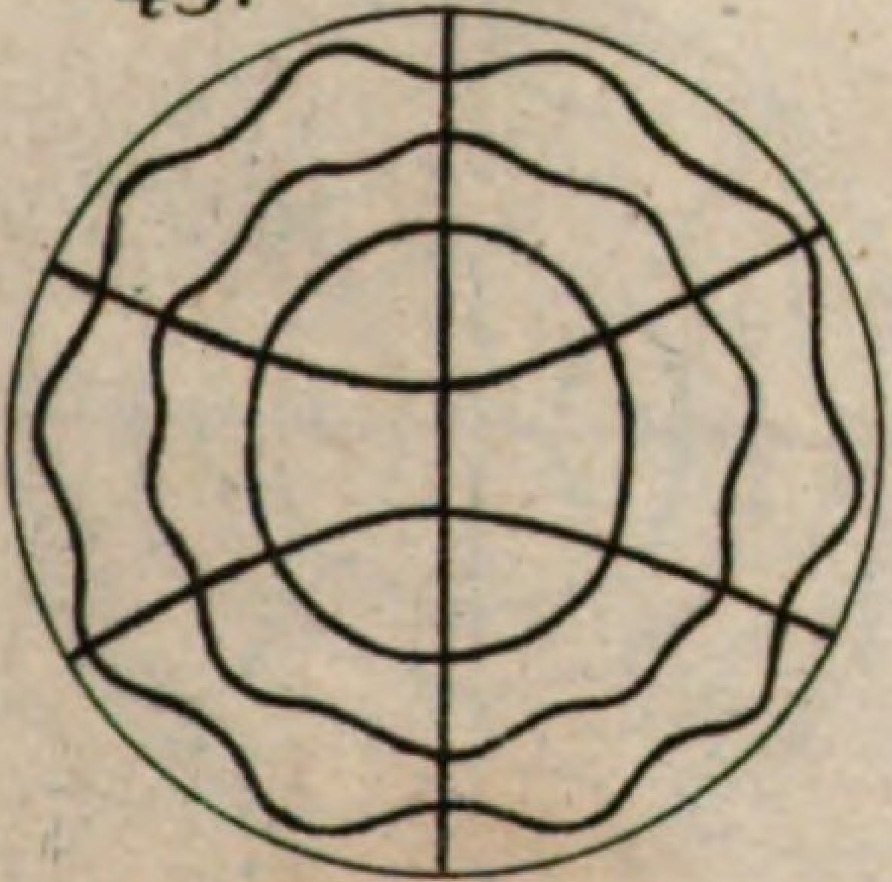
41.



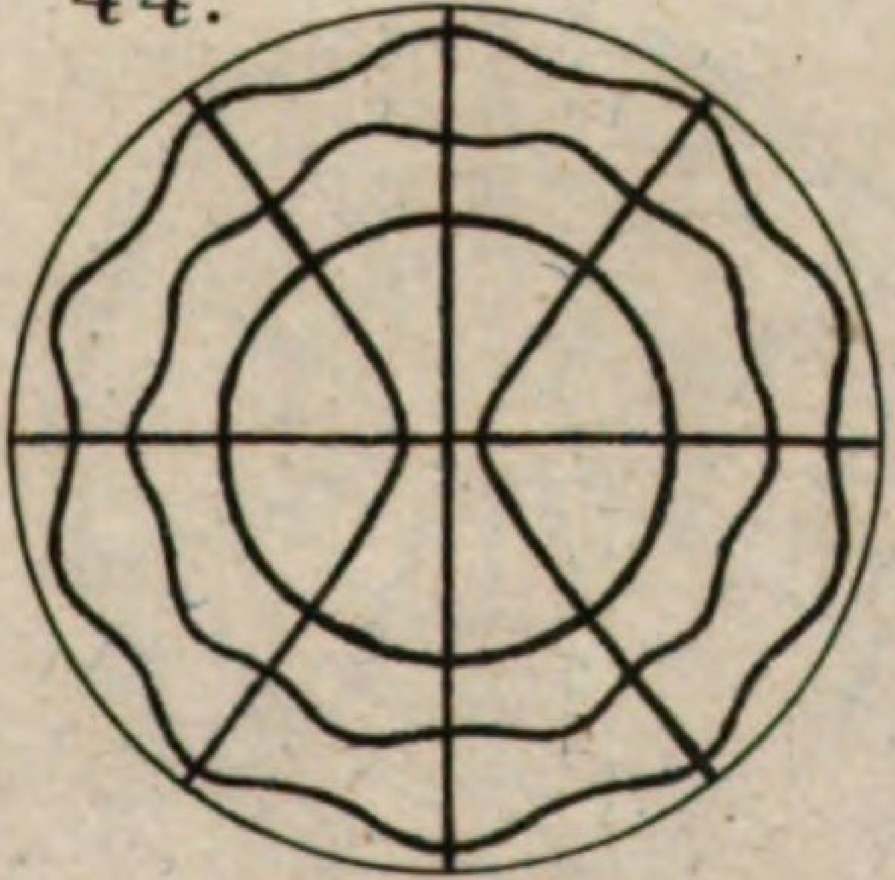
42.



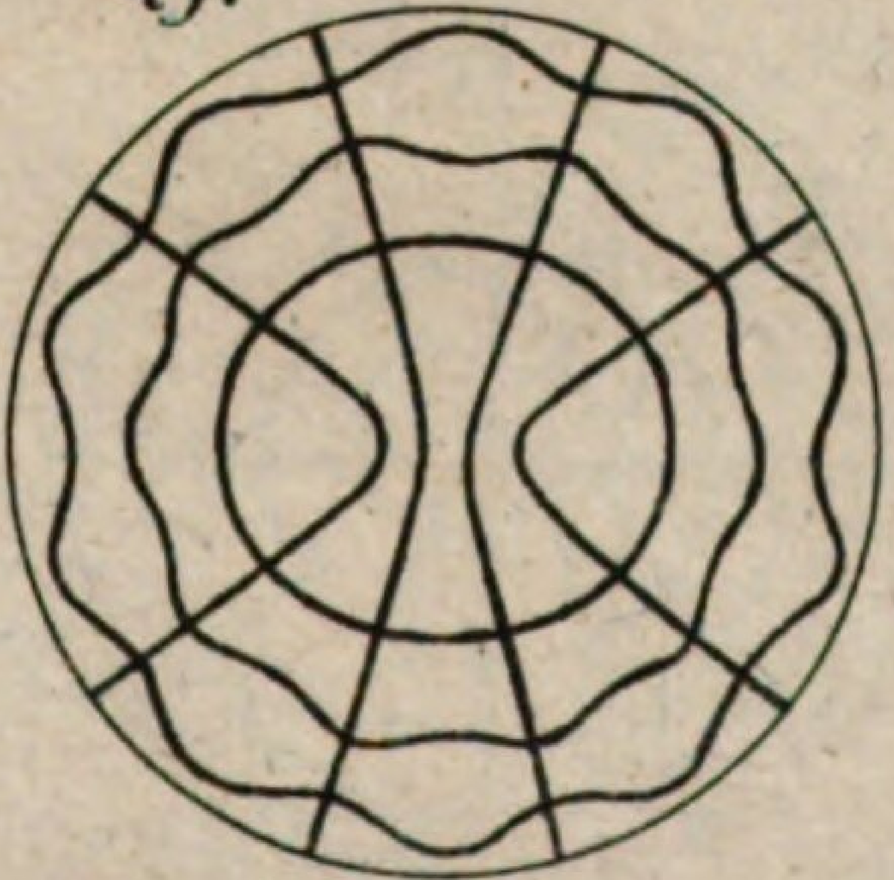
43.



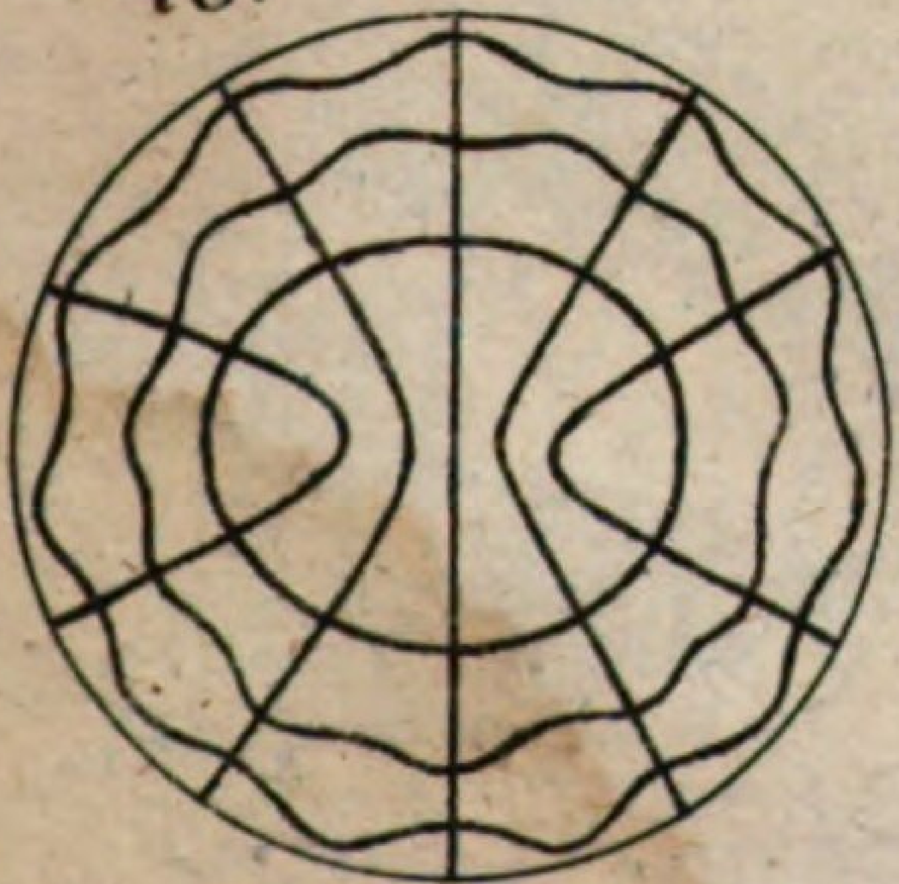
44.



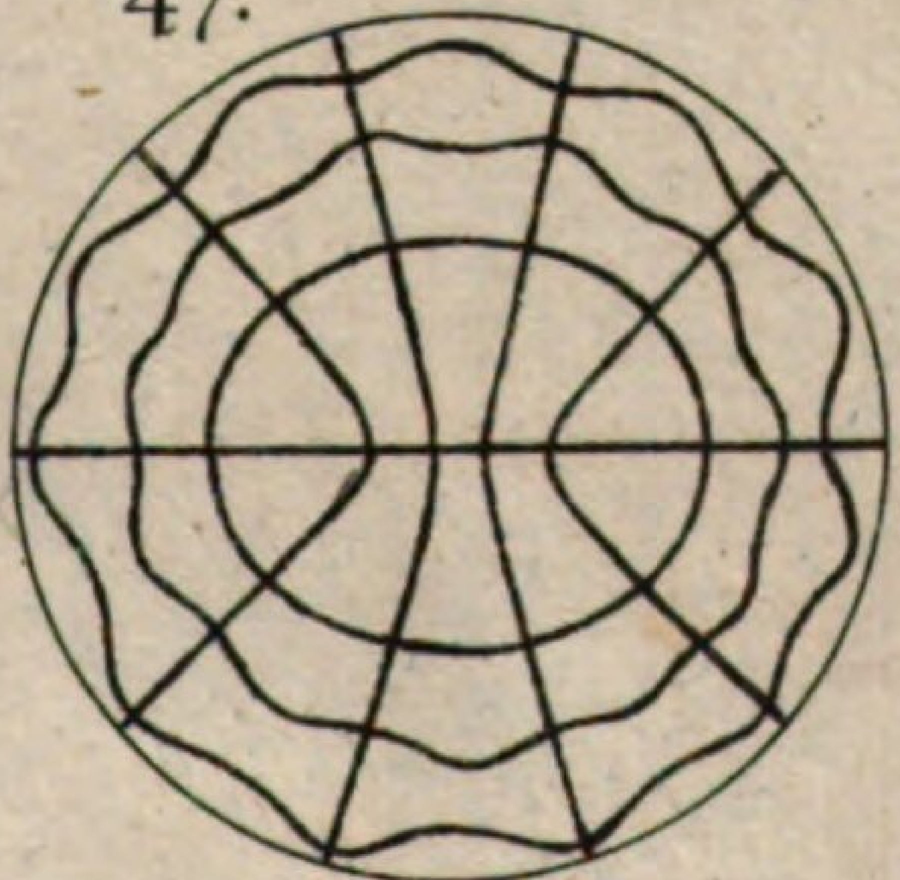
45.



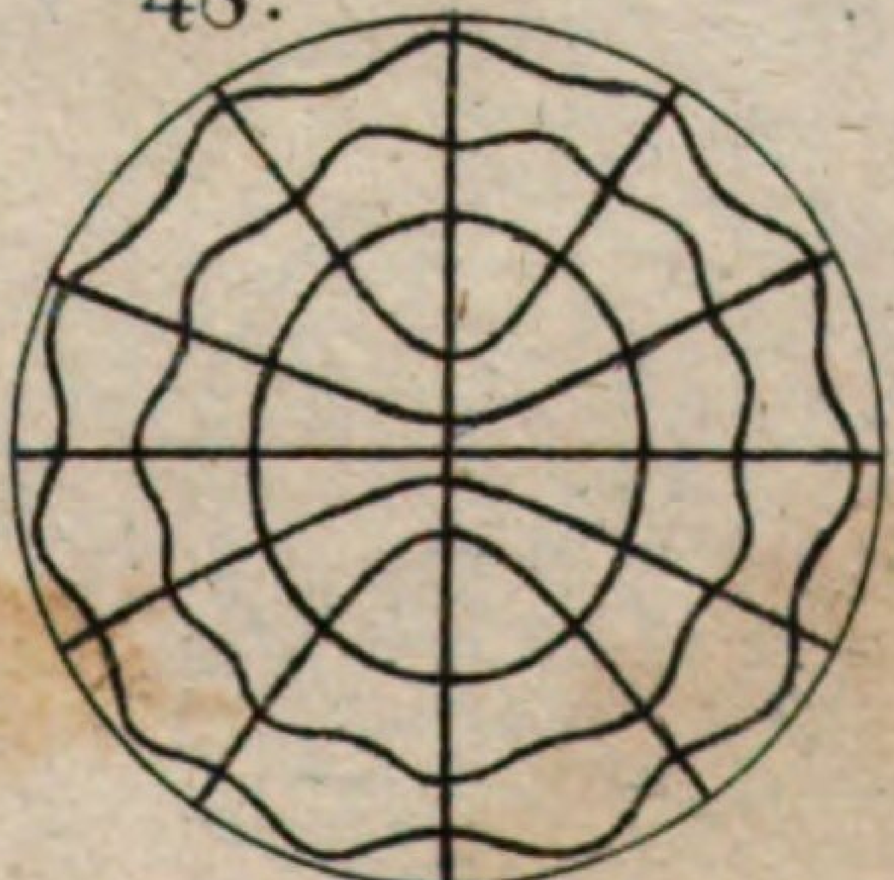
46.



47.

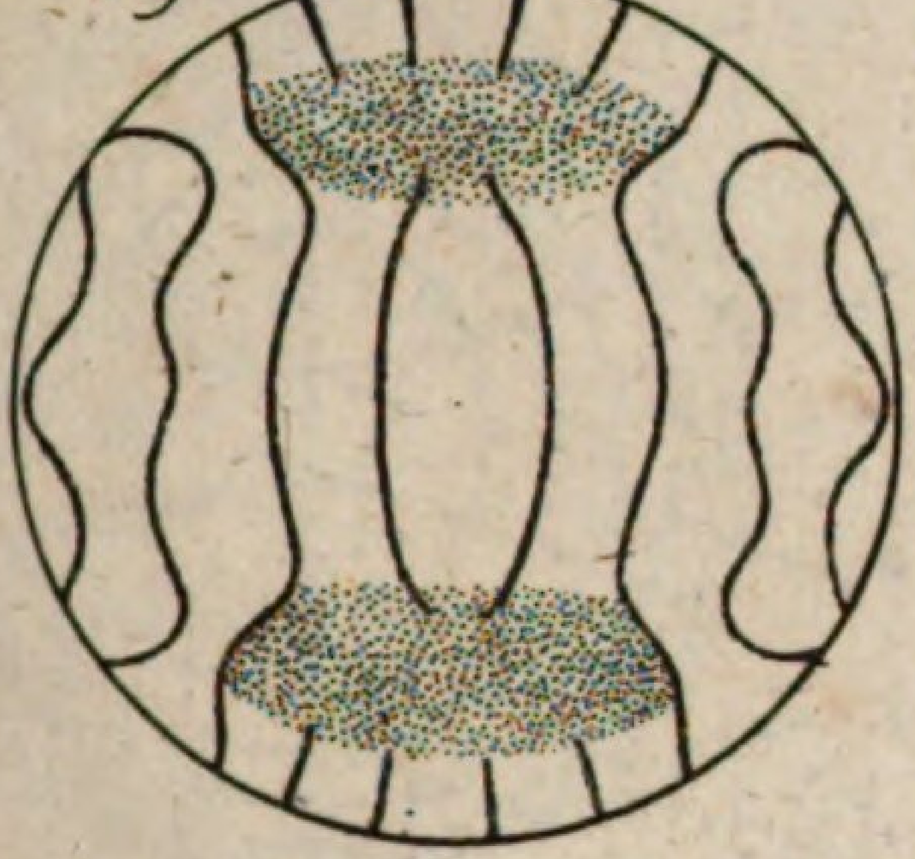


48.

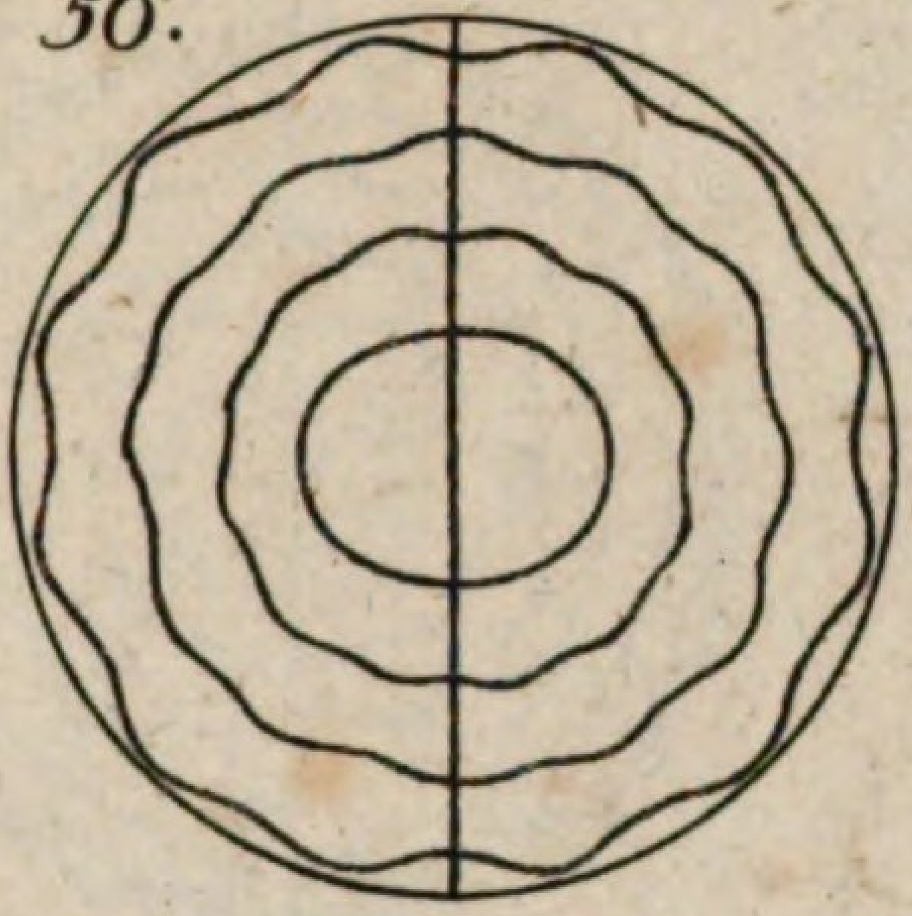


Capieux sculps. 1786.

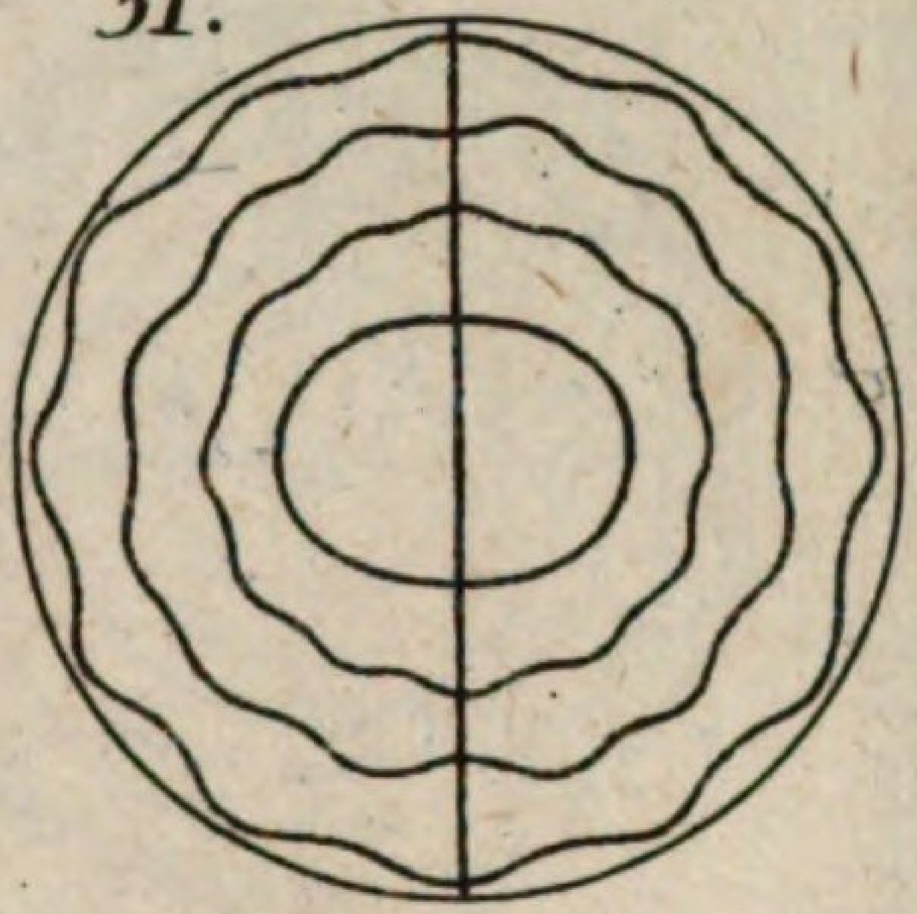
49.



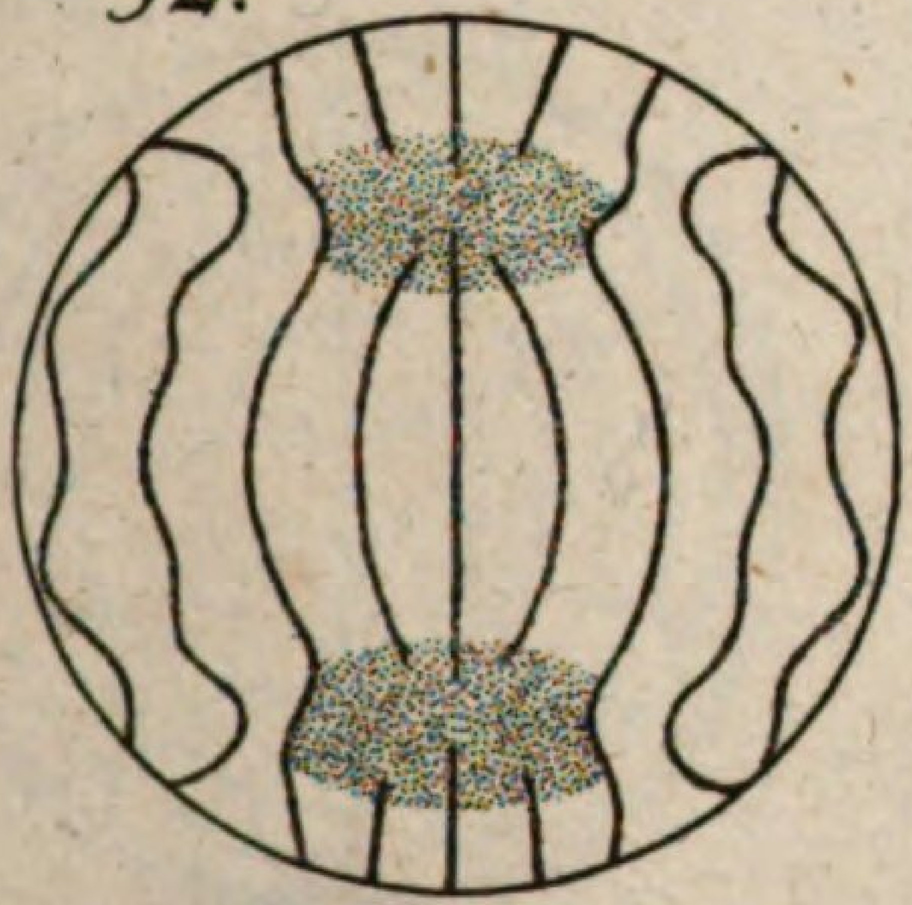
50.



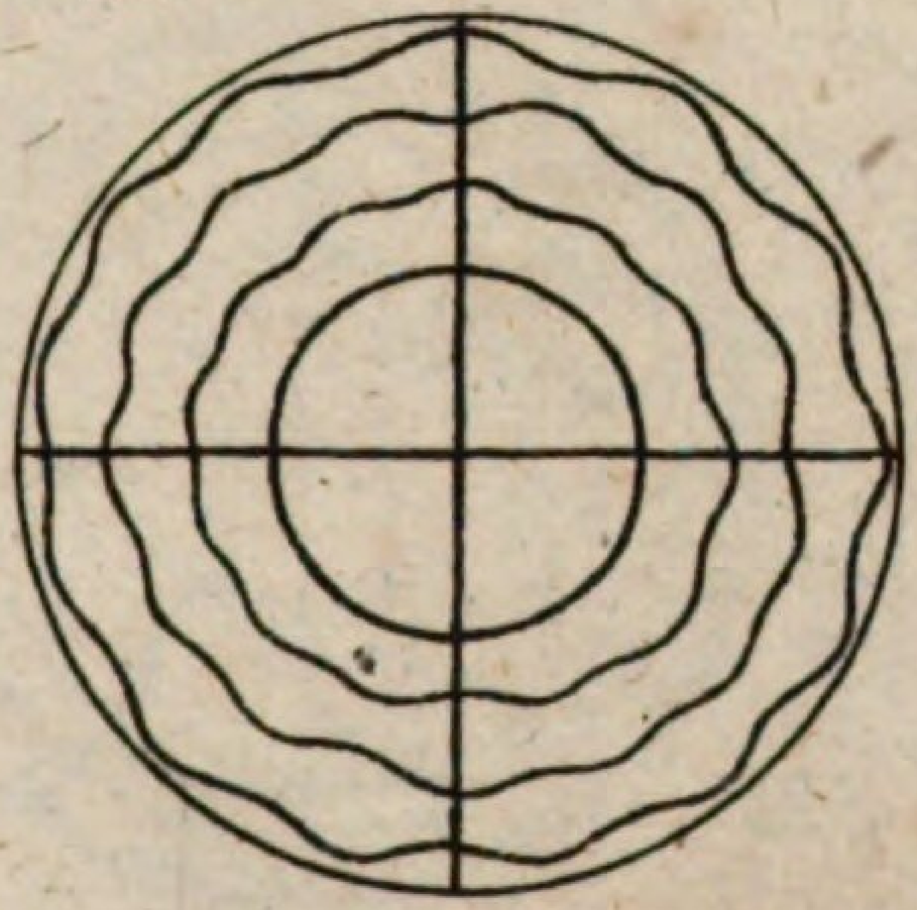
51.



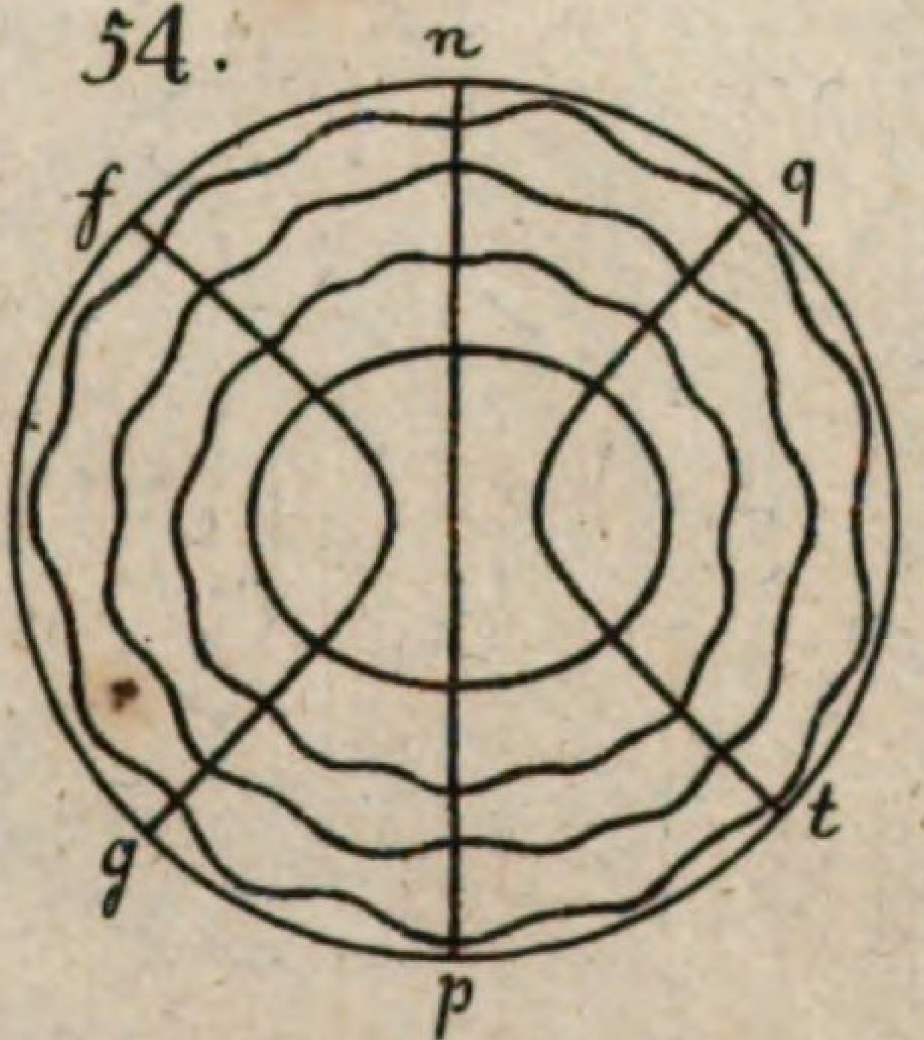
52.



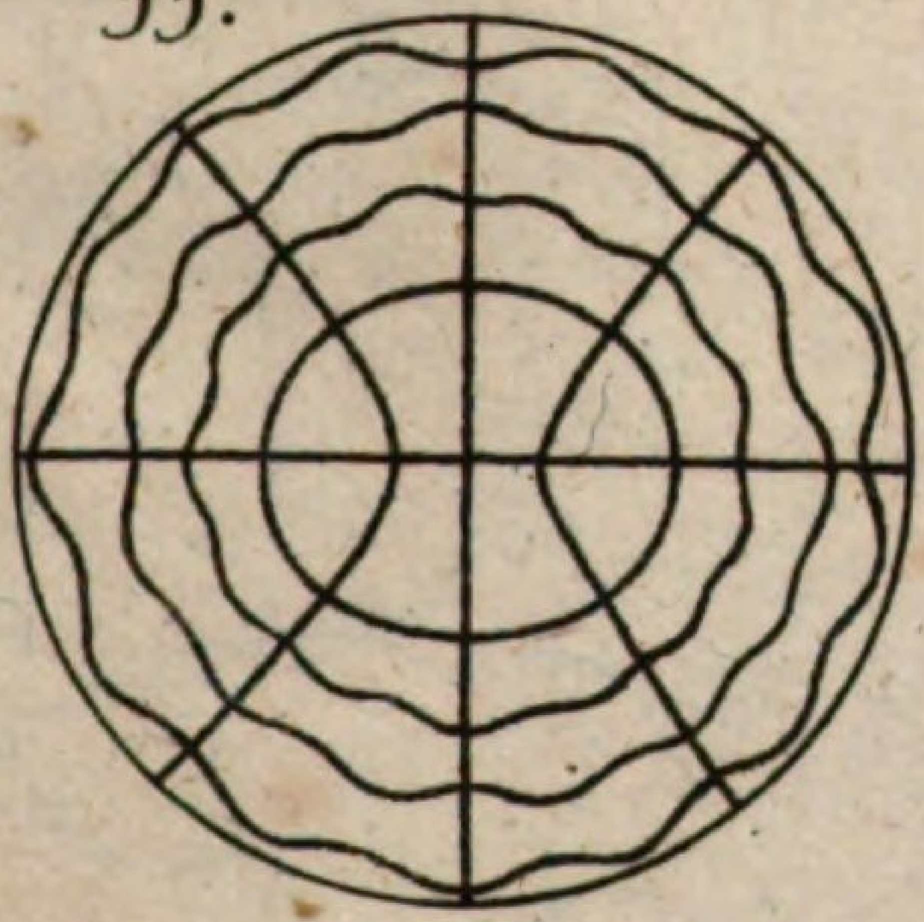
53.



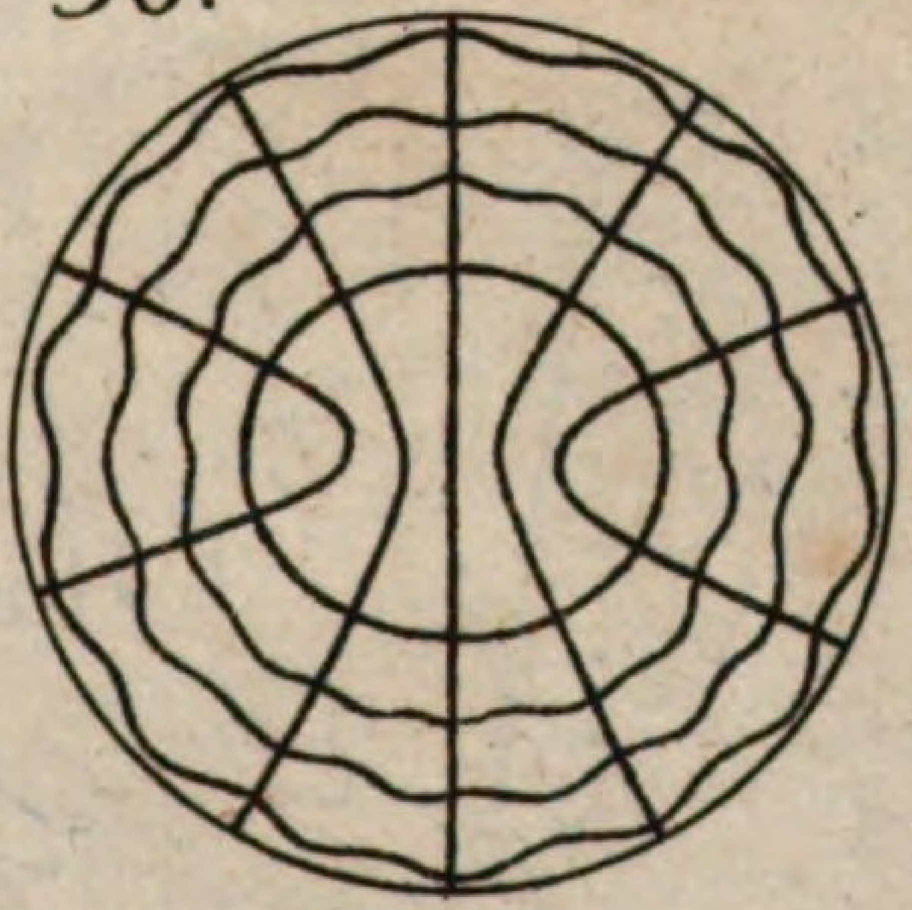
54.



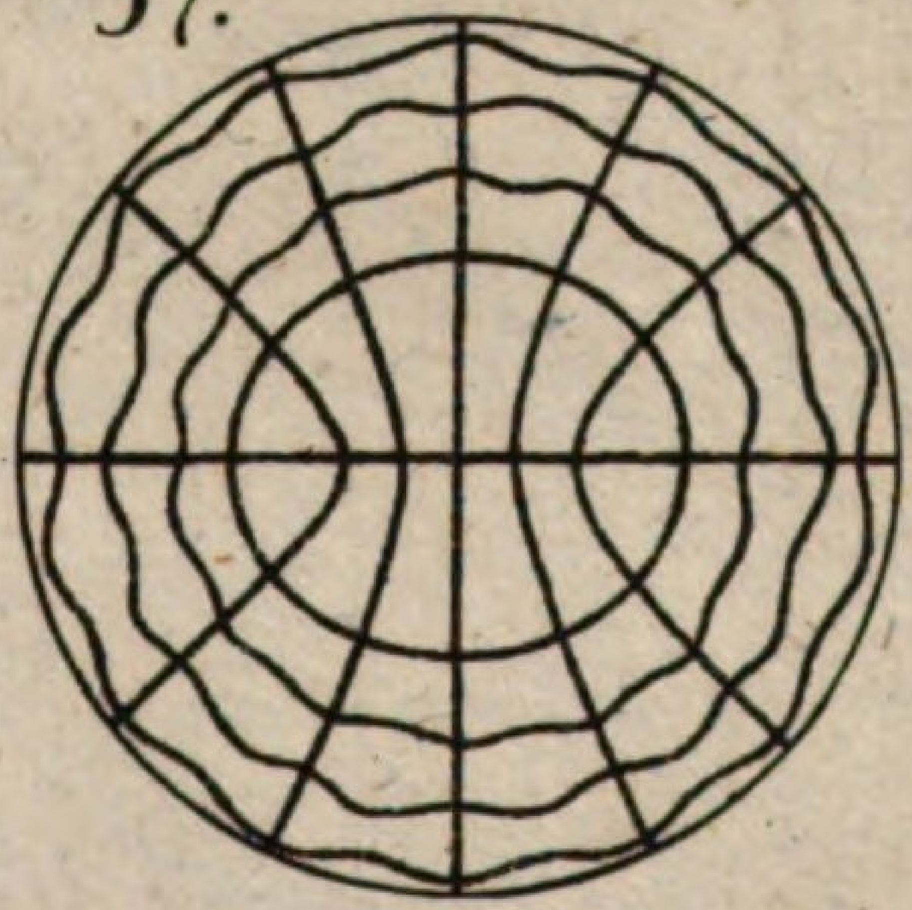
55.



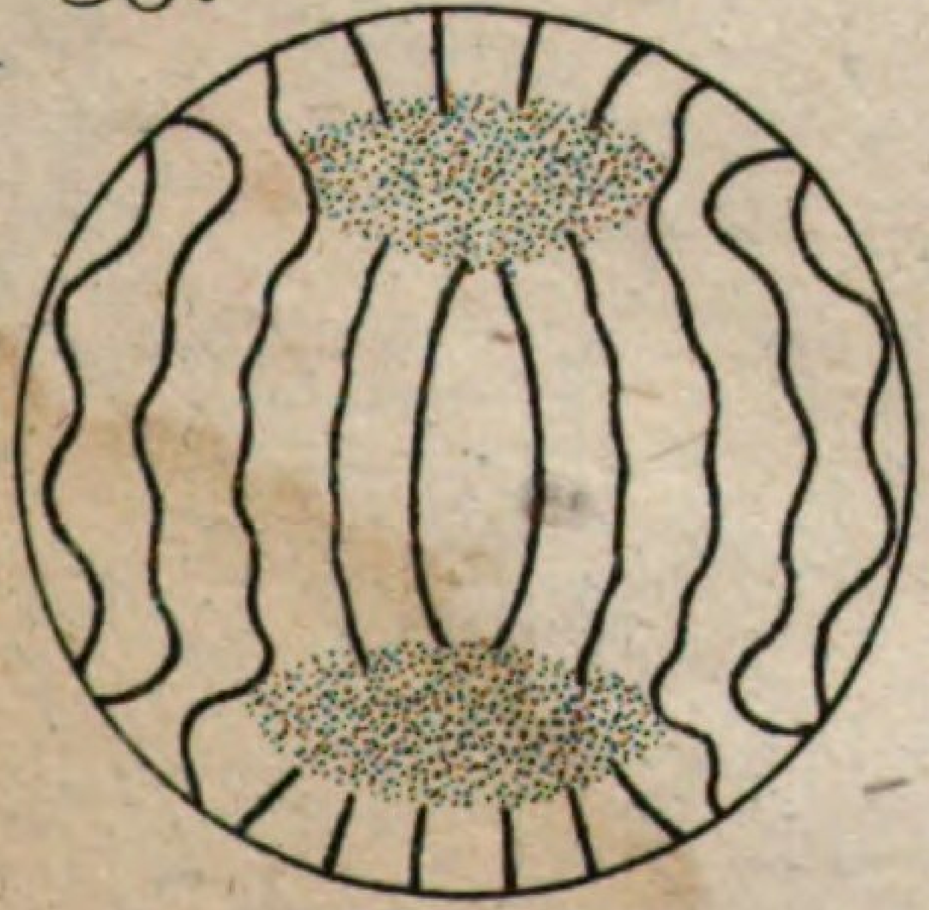
56.



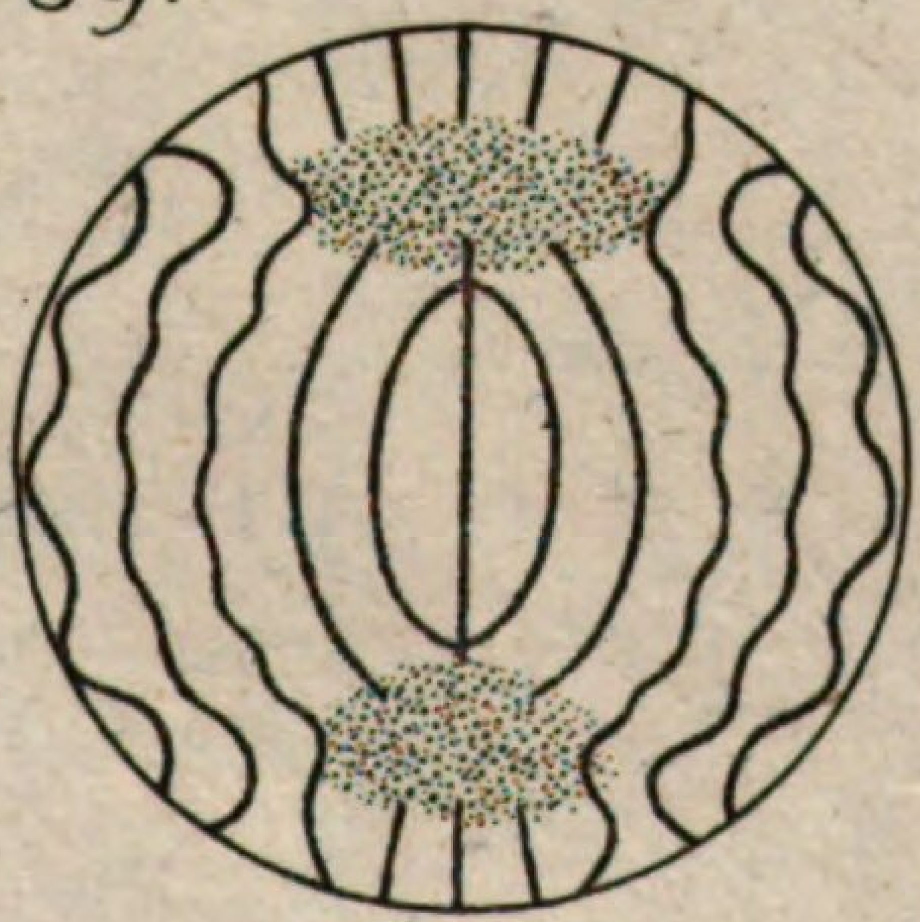
57.



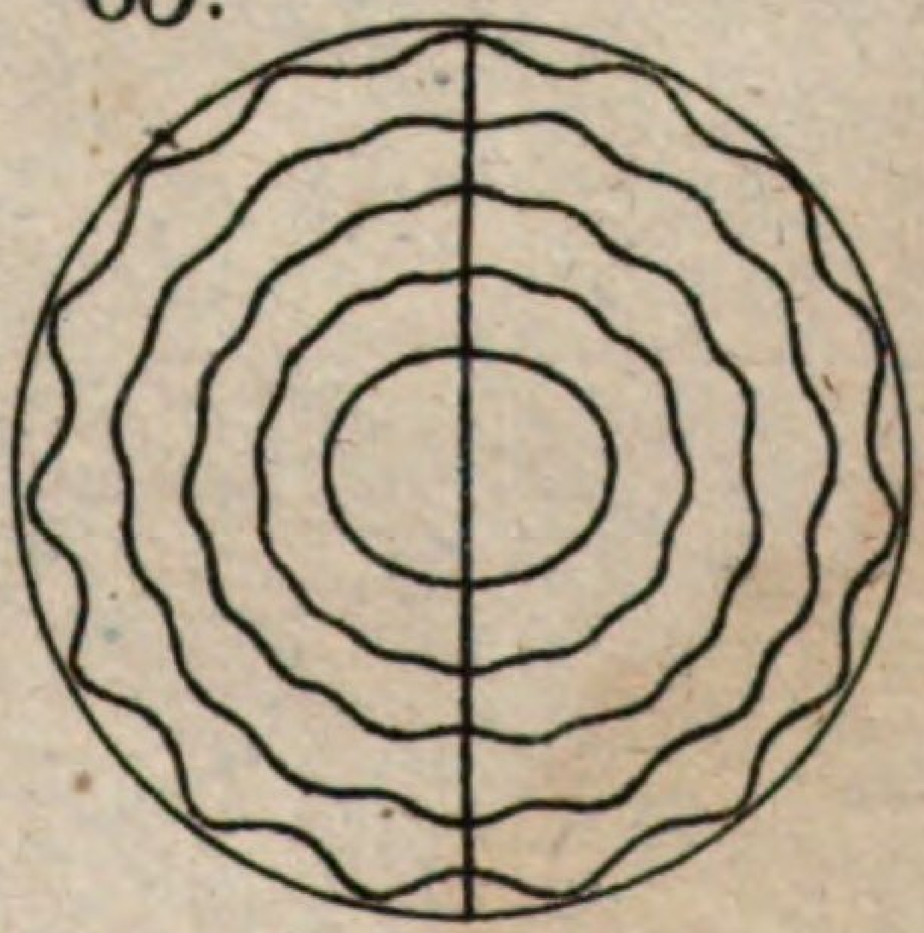
58.



59.

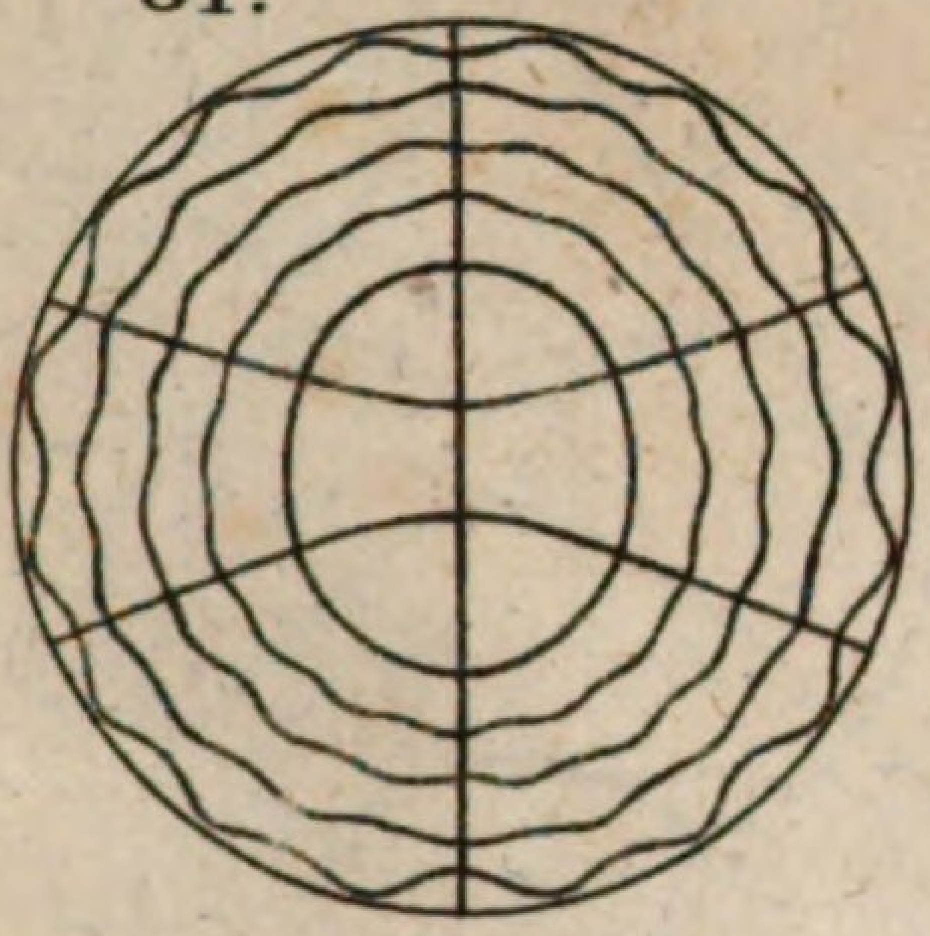


60.

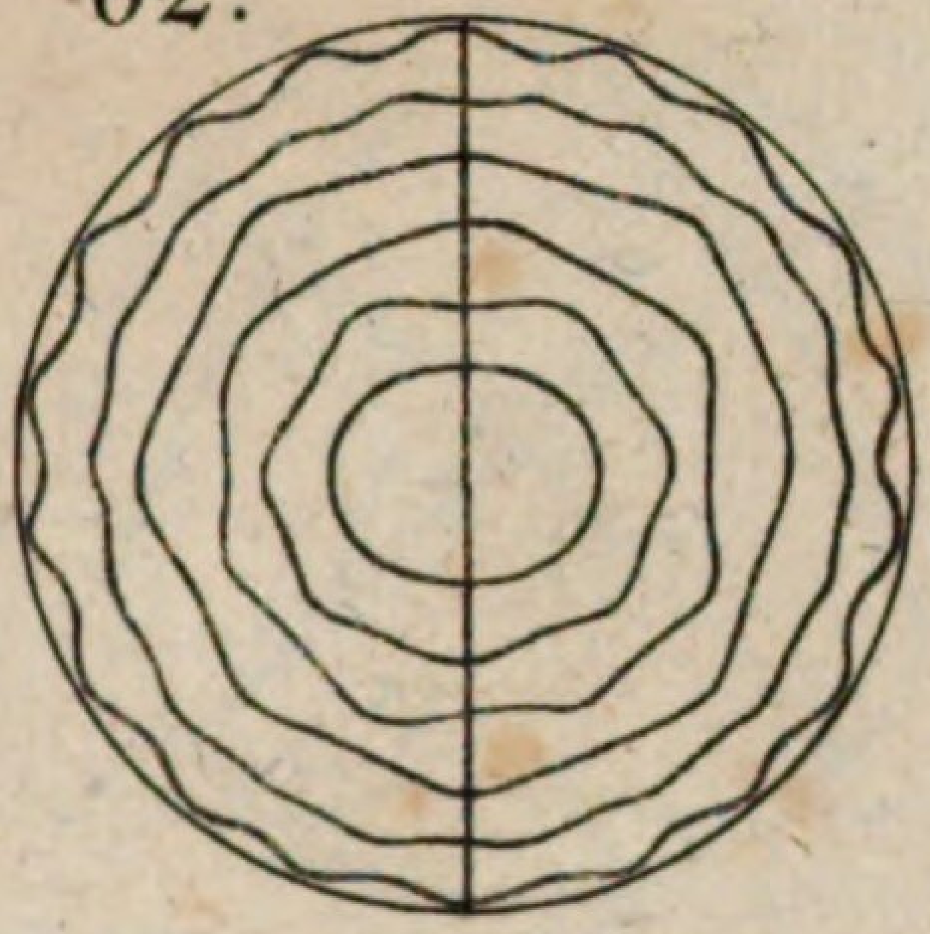


Capieux sculps. 1786.

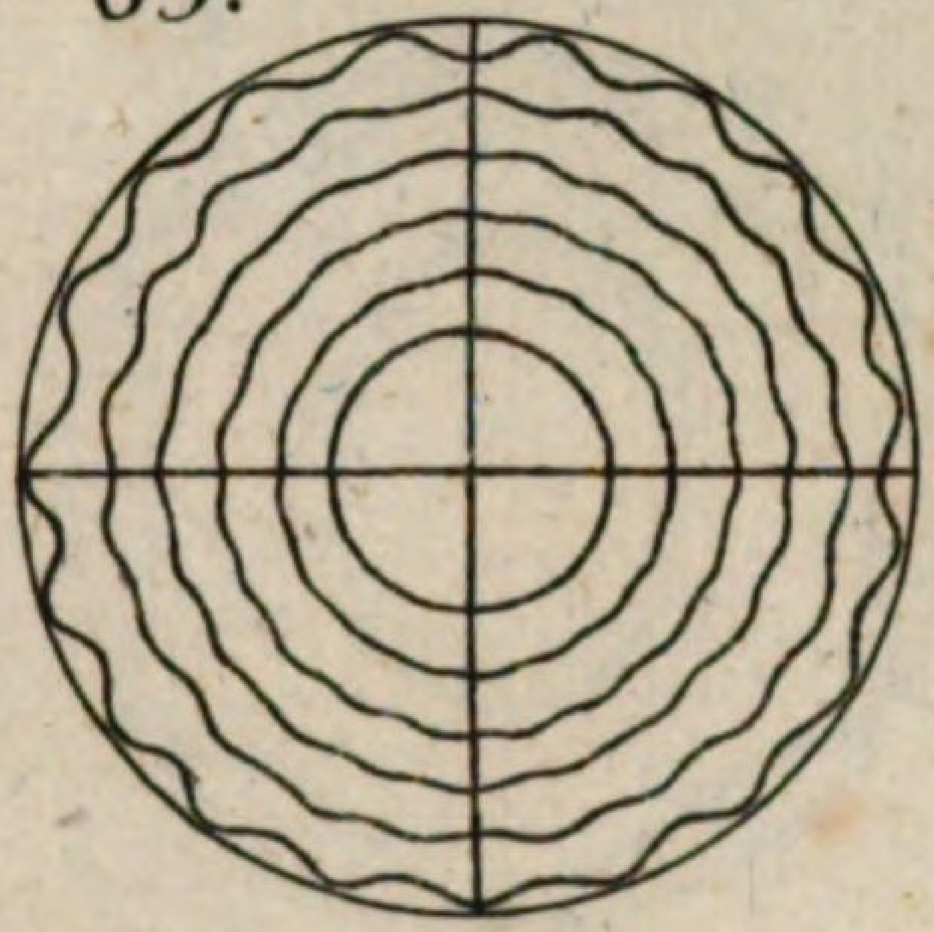
61.



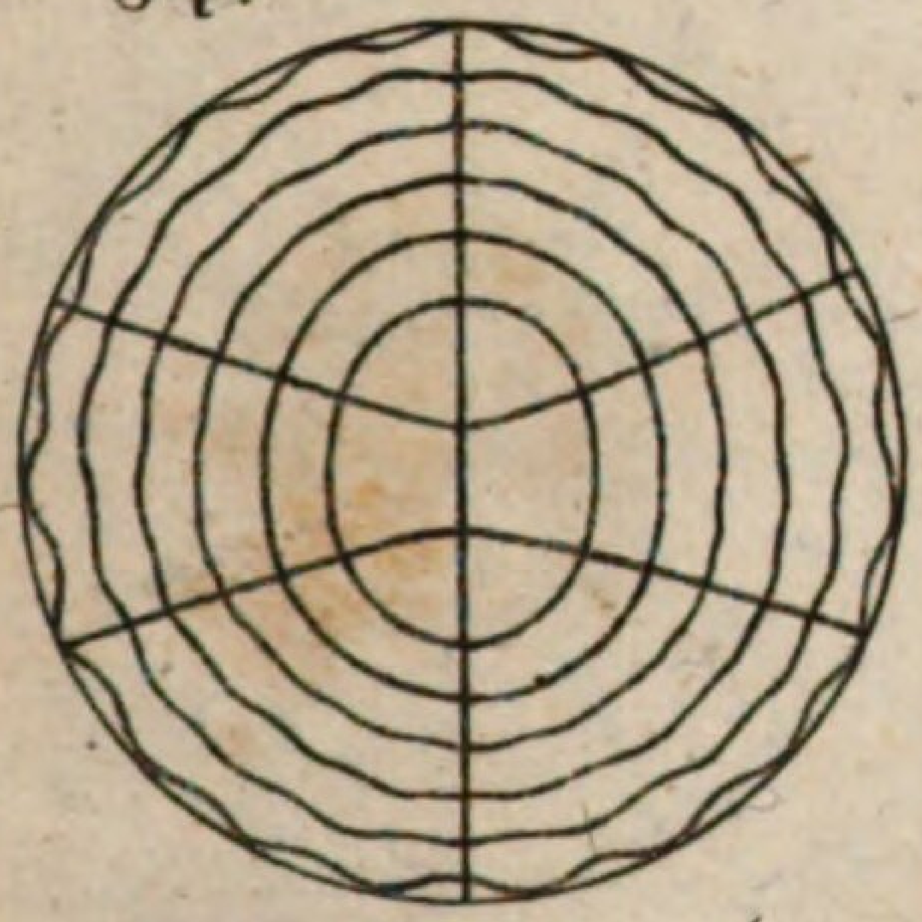
62.



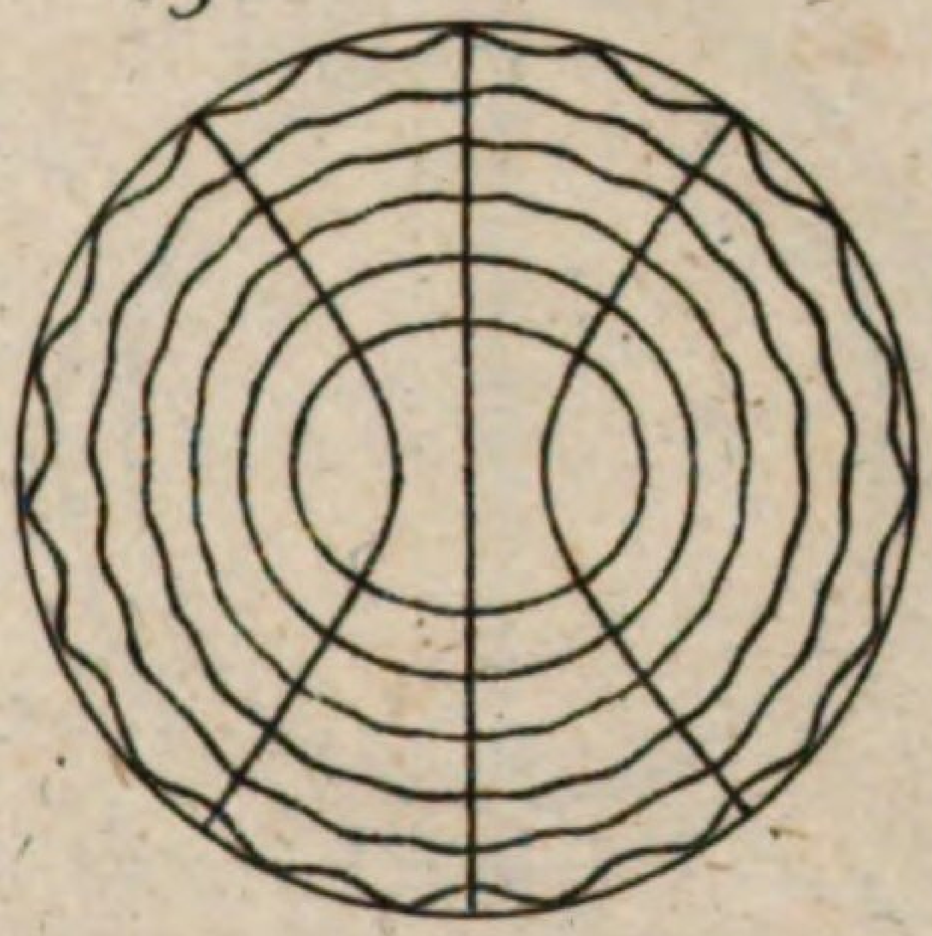
63.



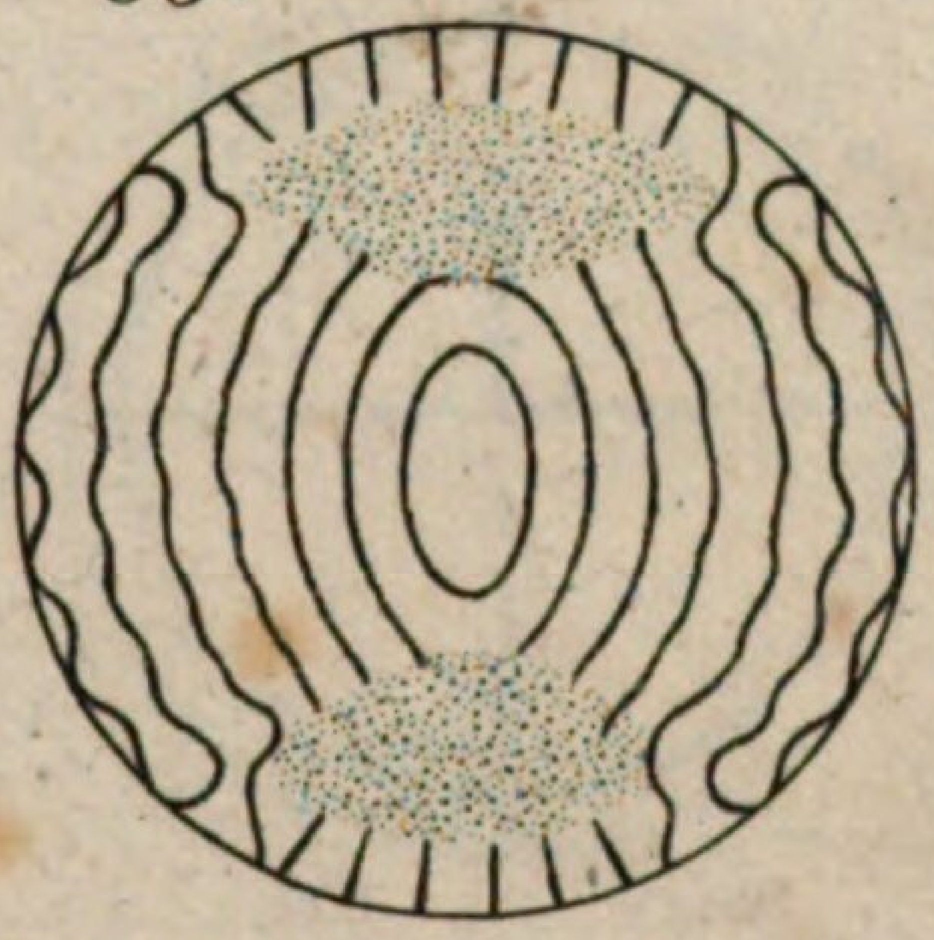
64.



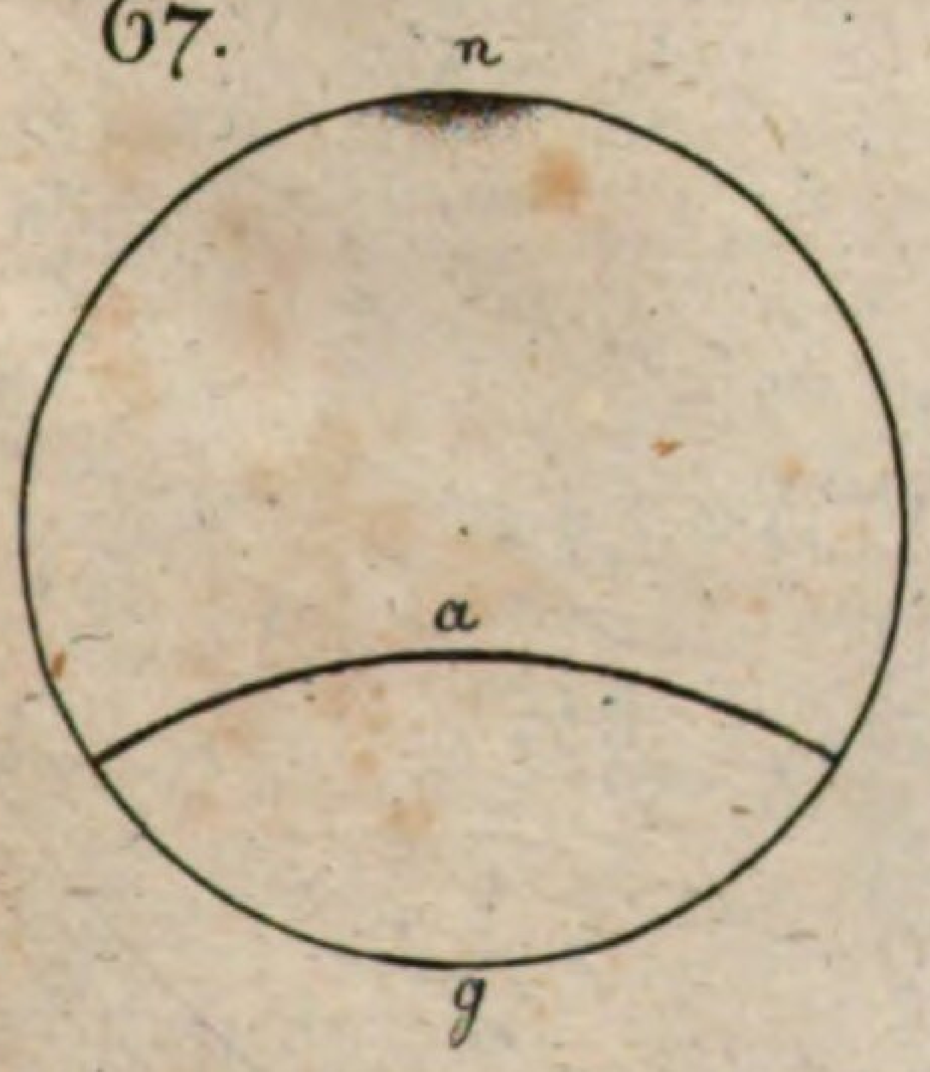
65.



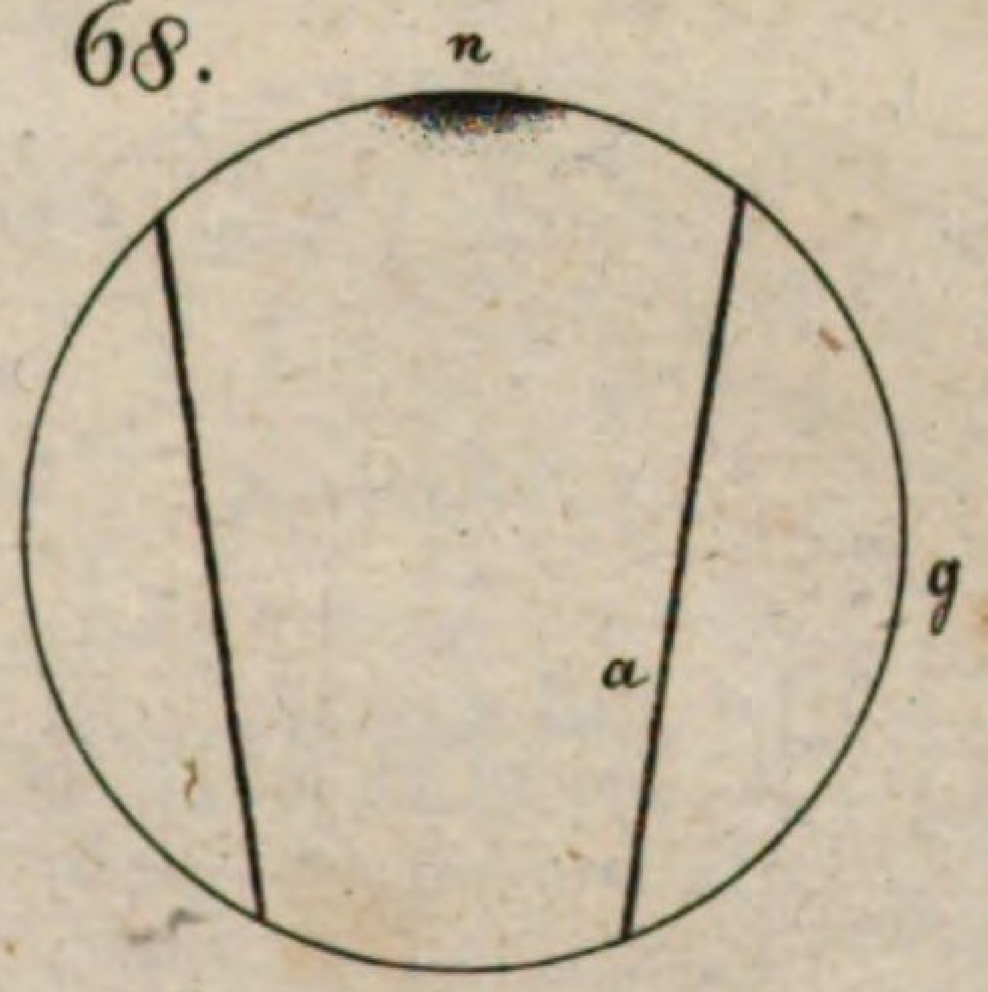
66.



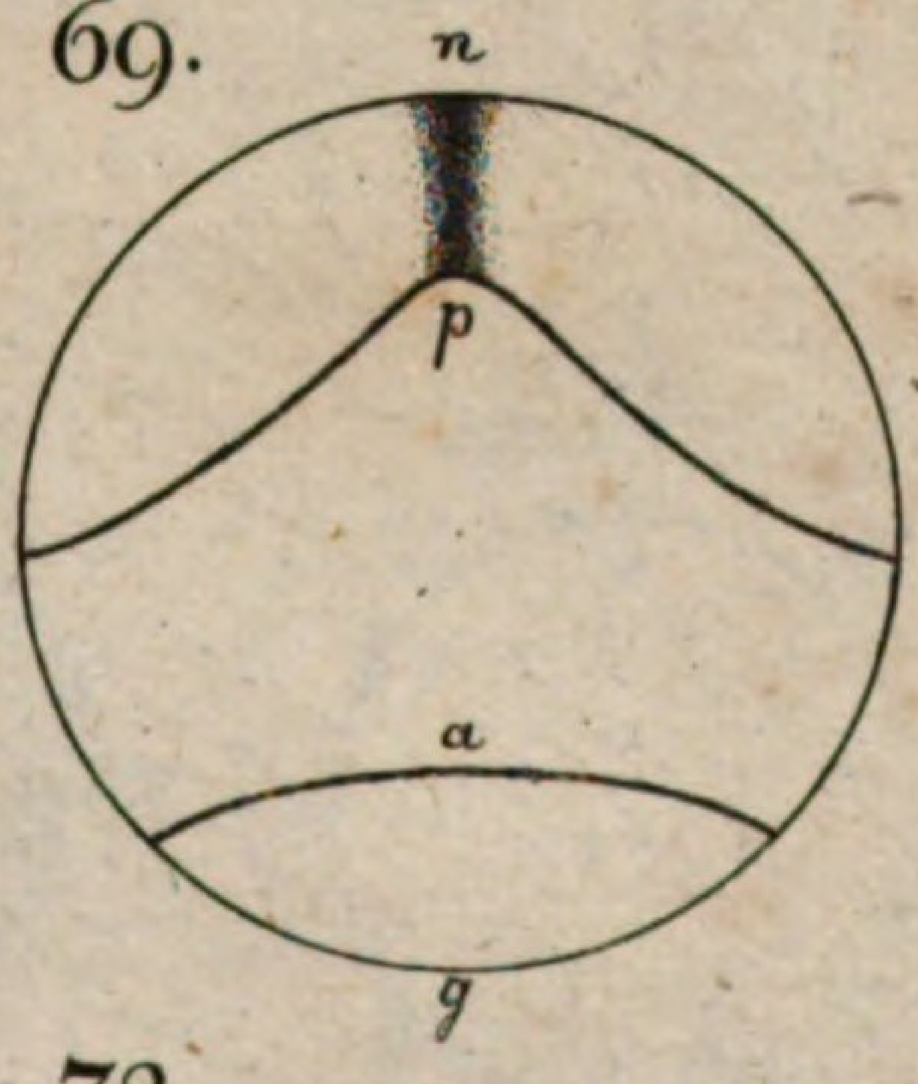
67.



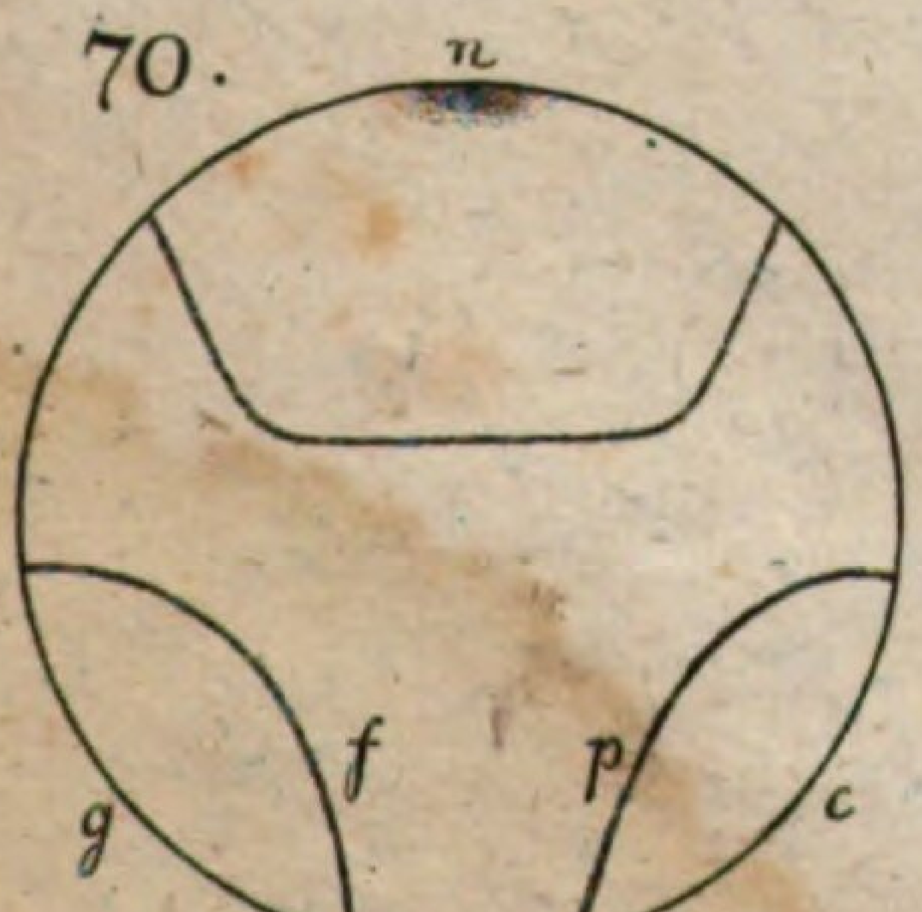
68.



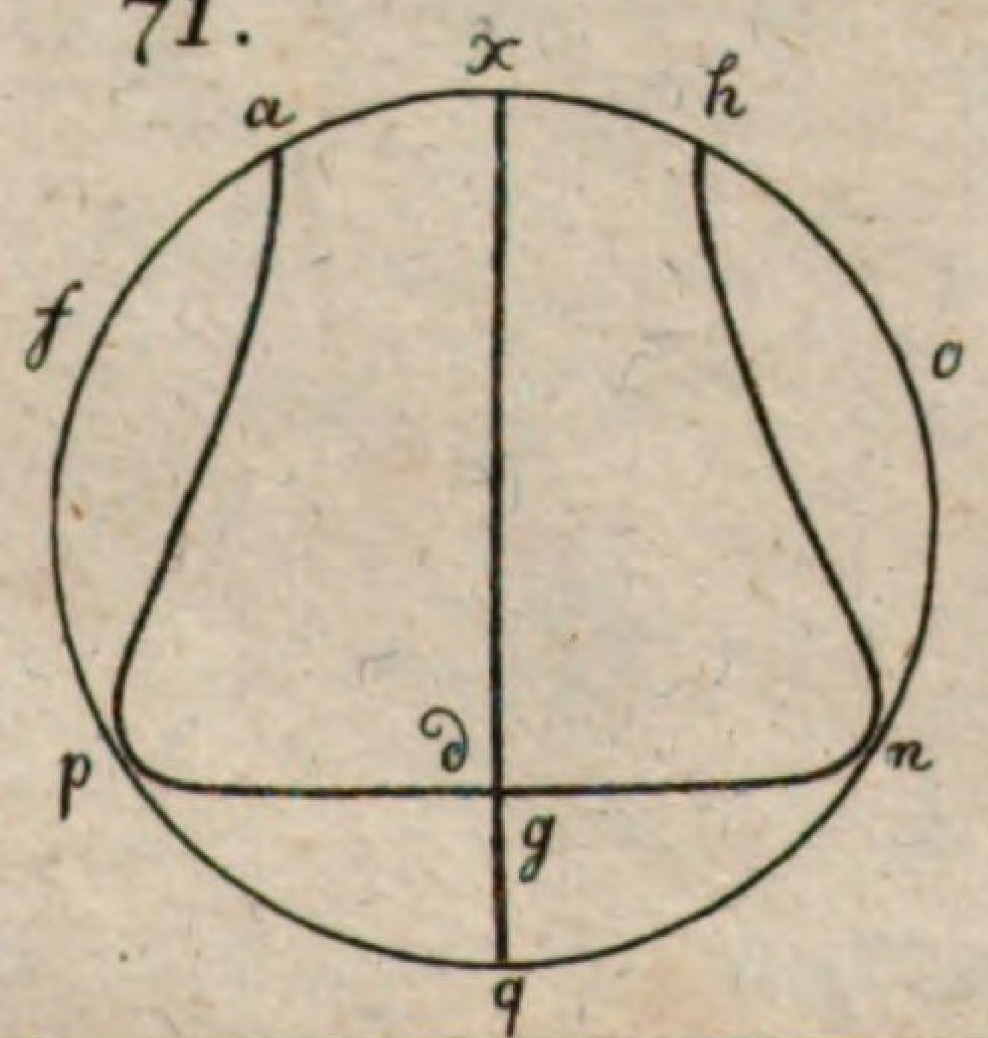
69.



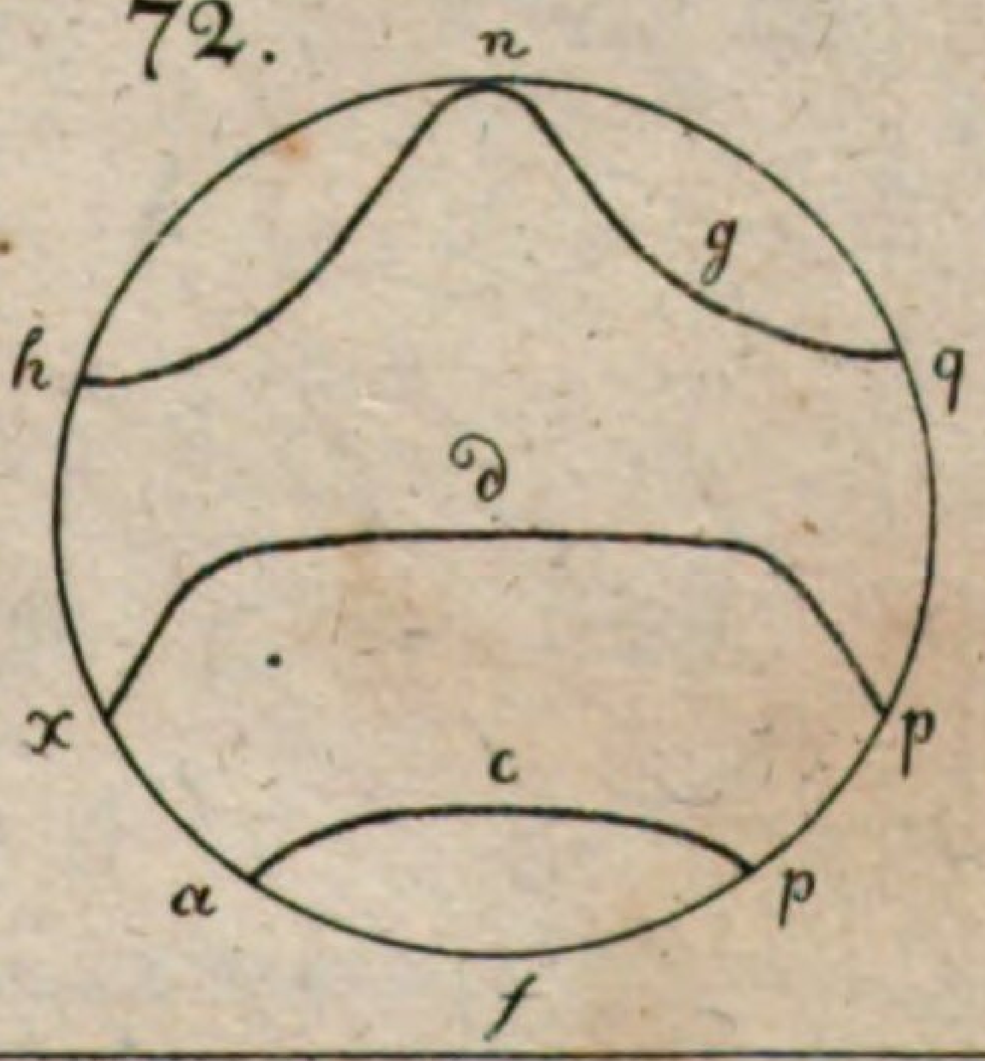
70.



71.

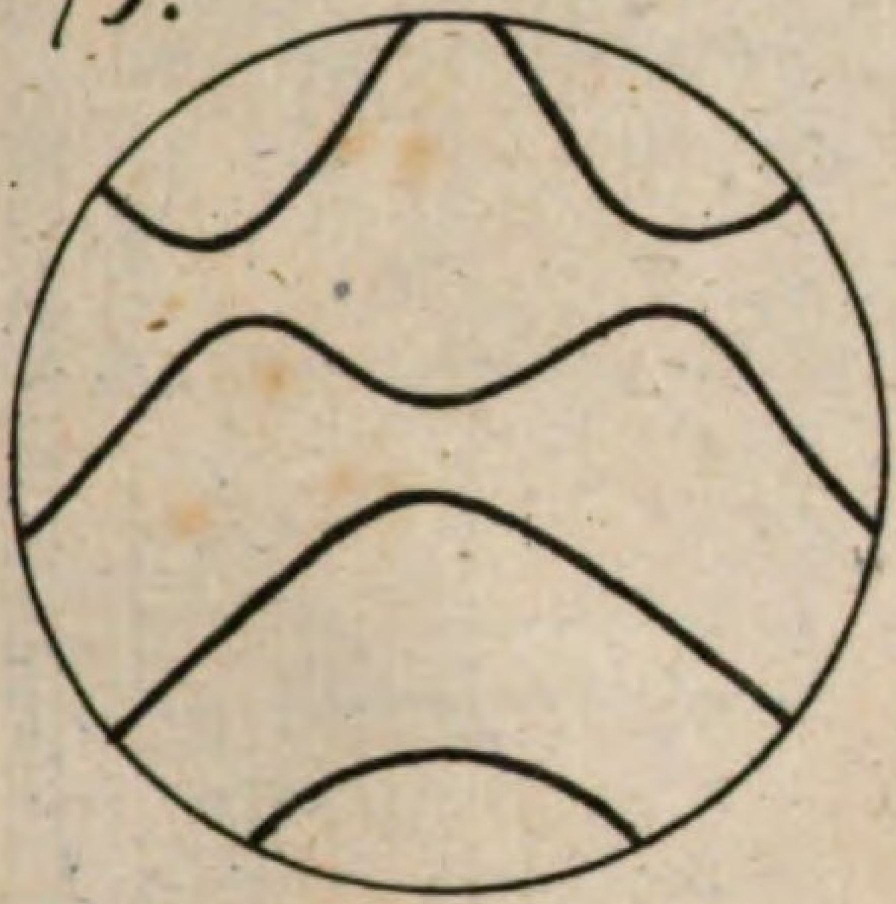


72.



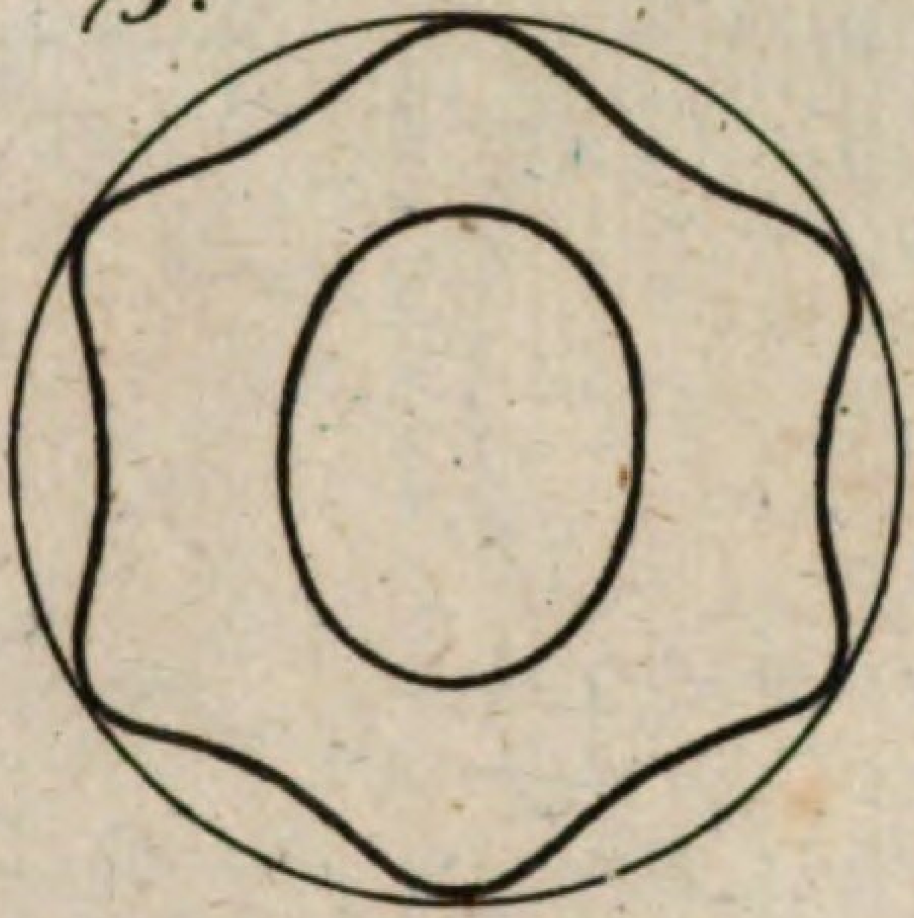
Capieux. sculps. 1788

73.

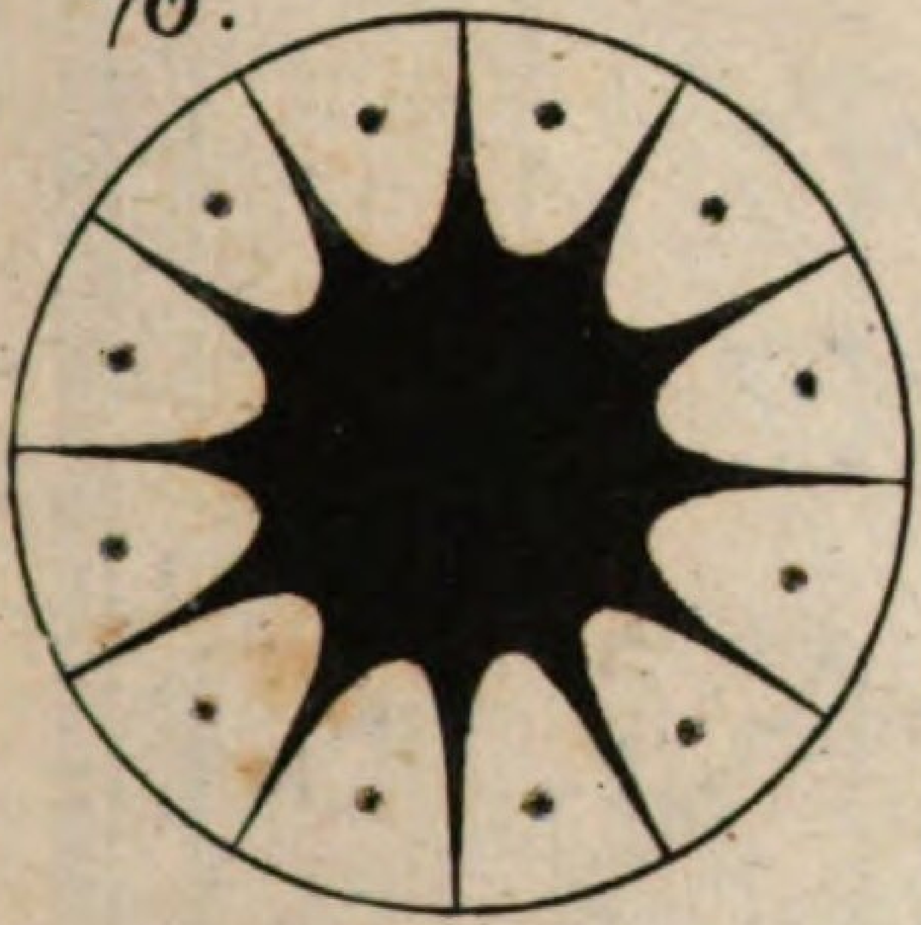


74.

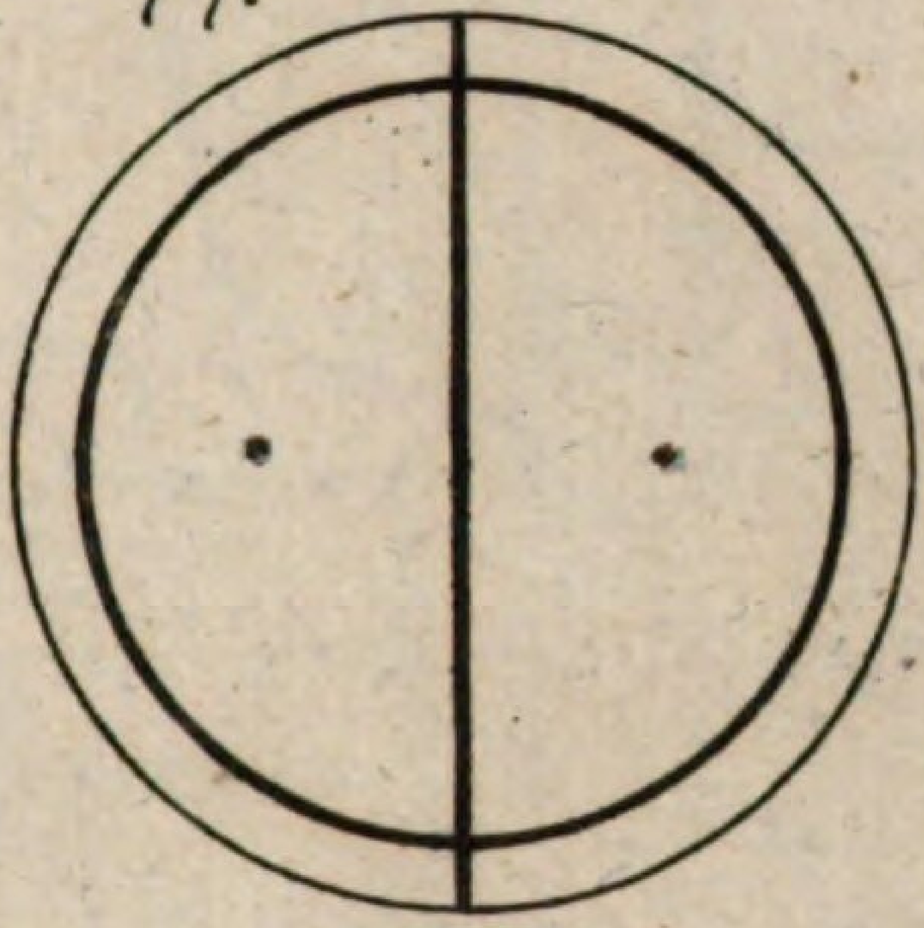
75.



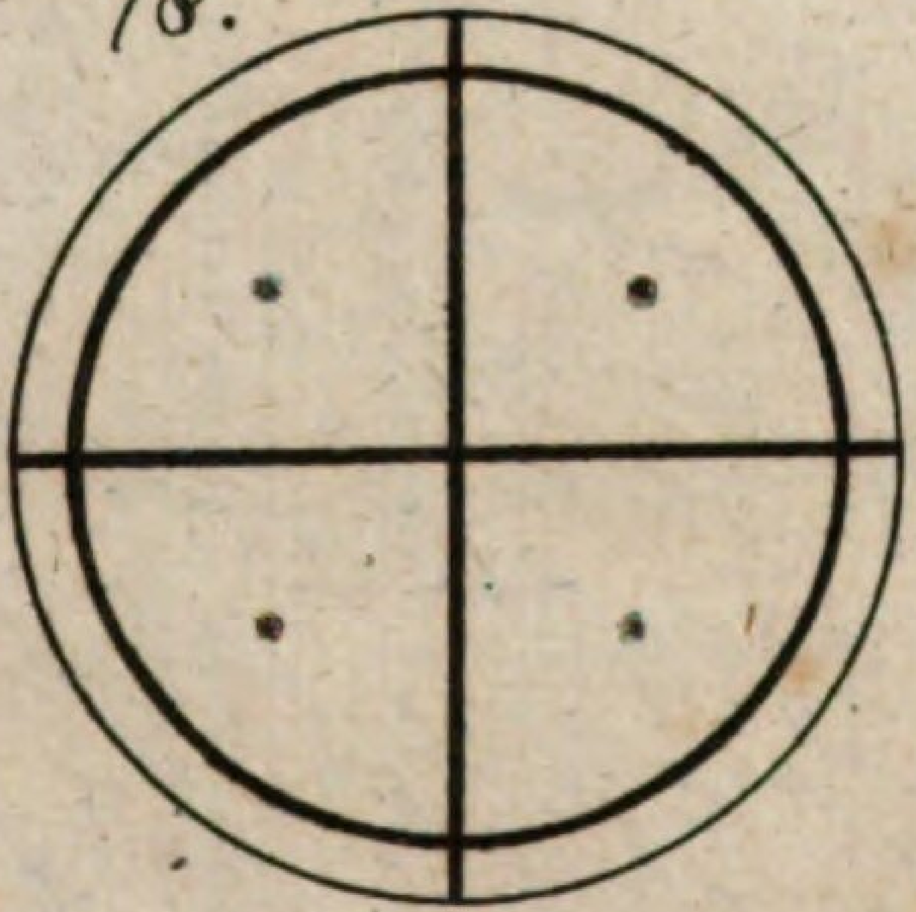
76.



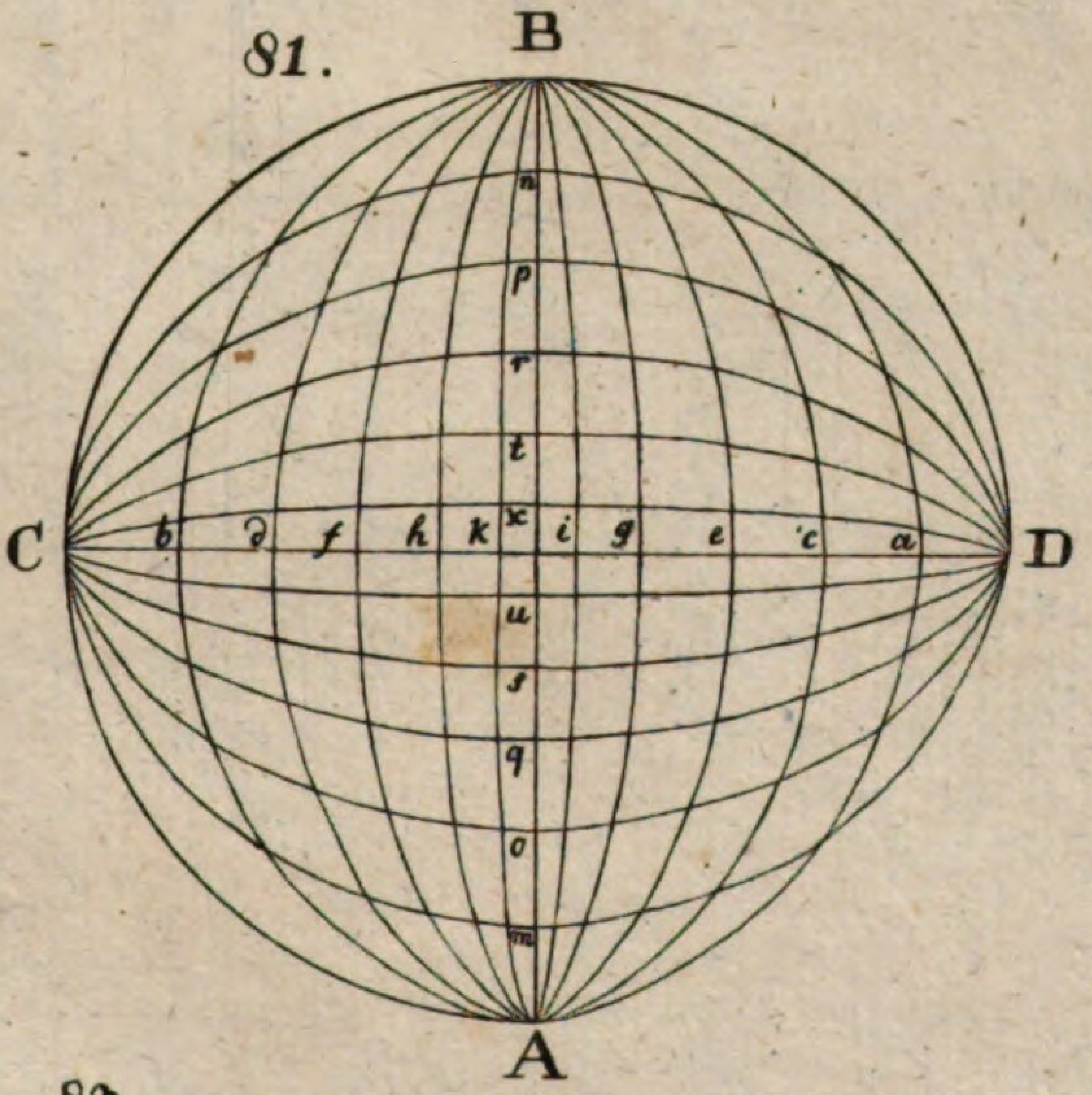
77.



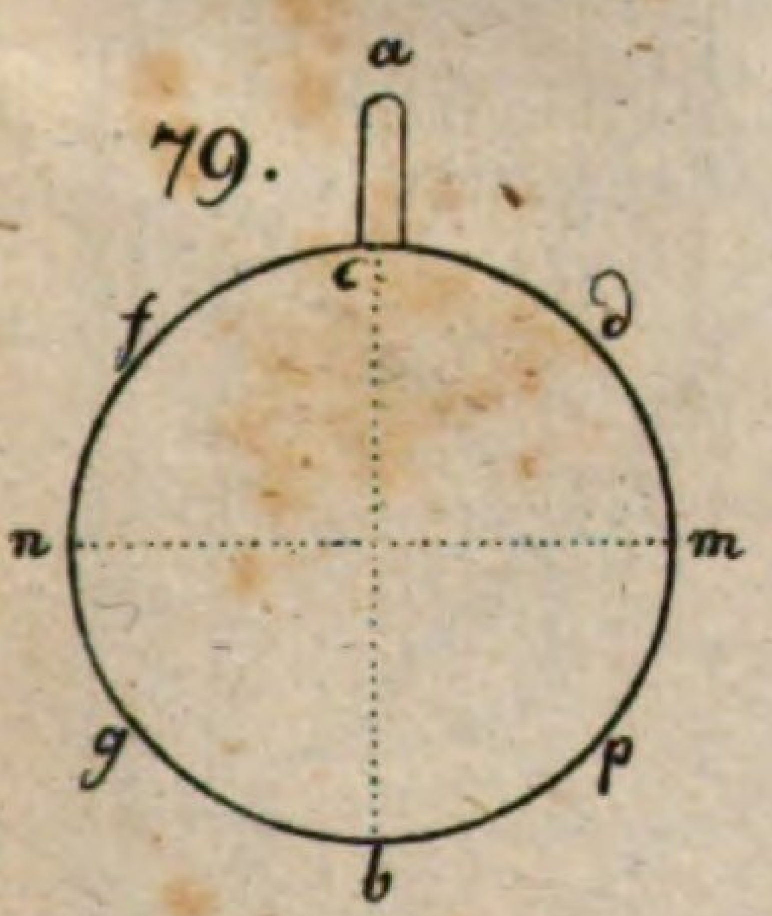
78.



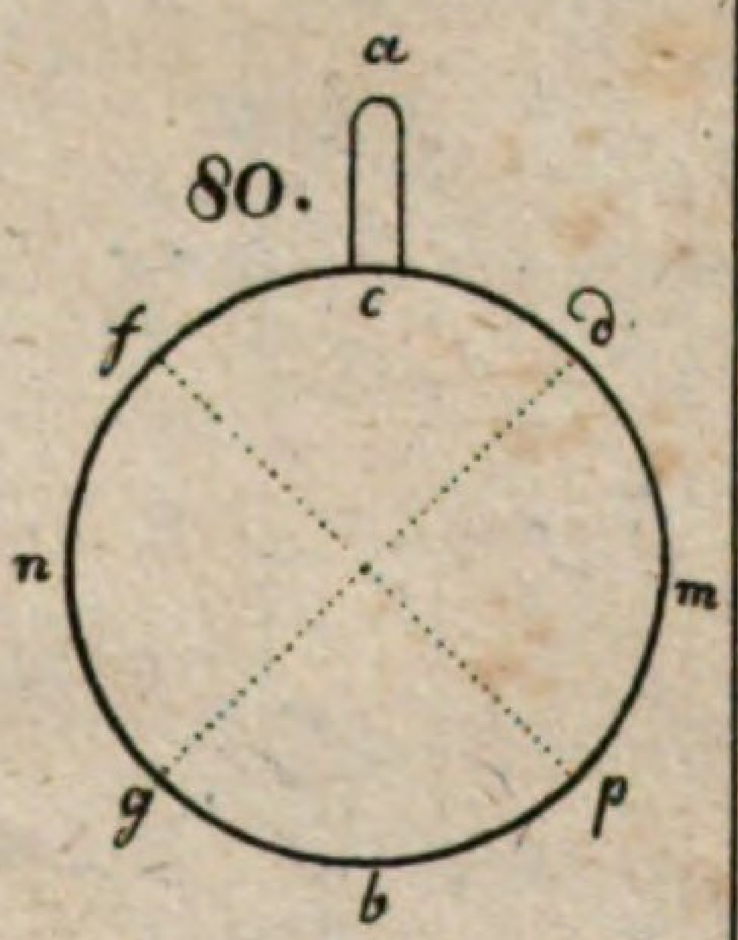
81.



79.

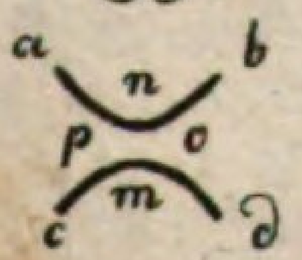


80.

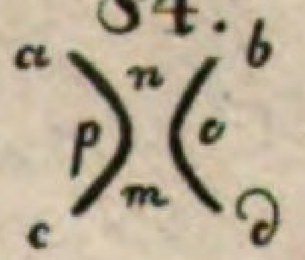


82.

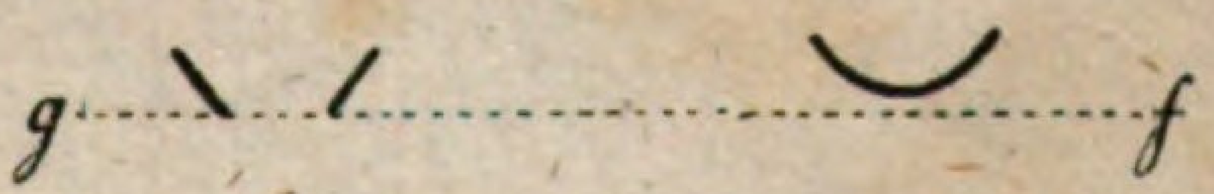
83.

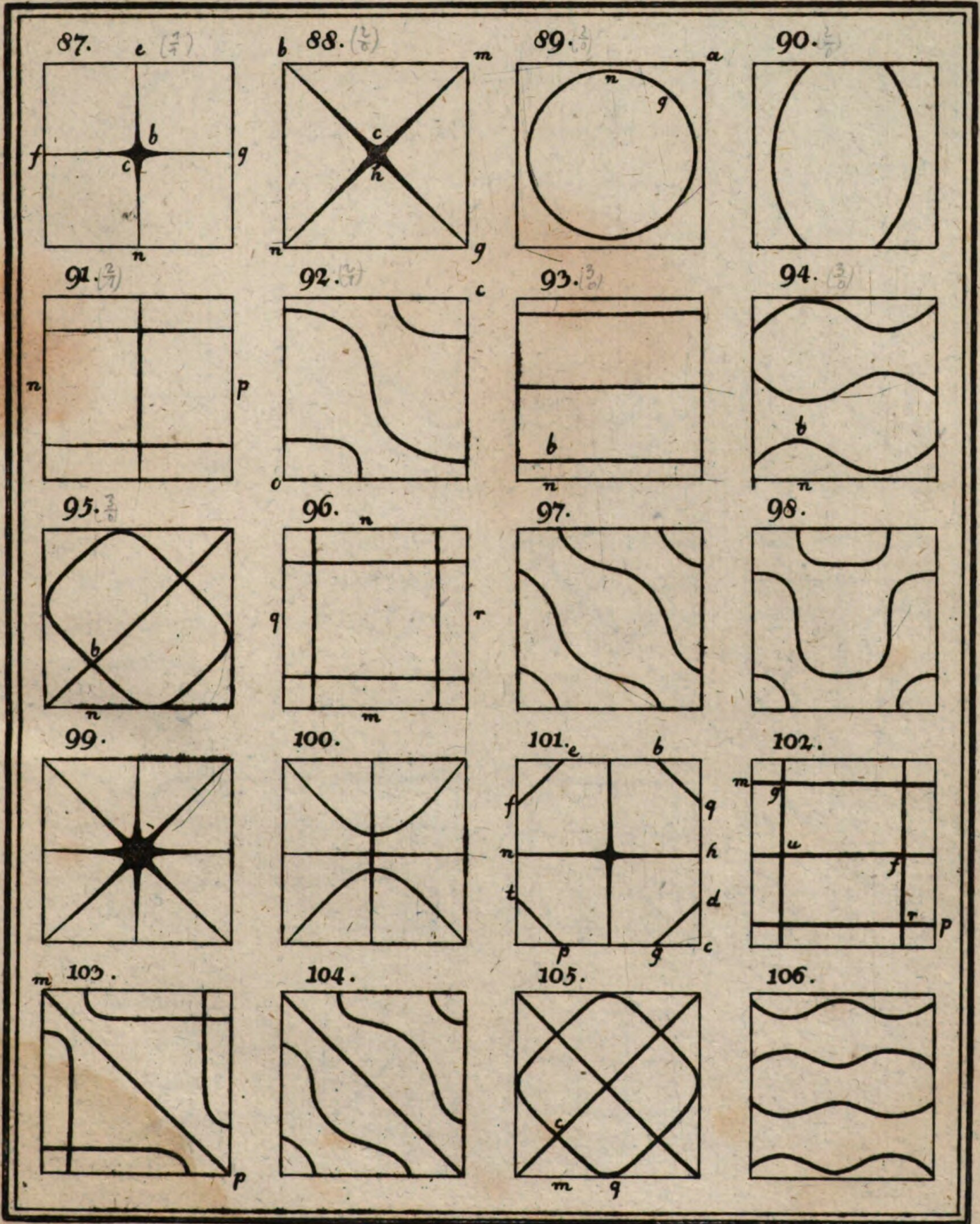


84.



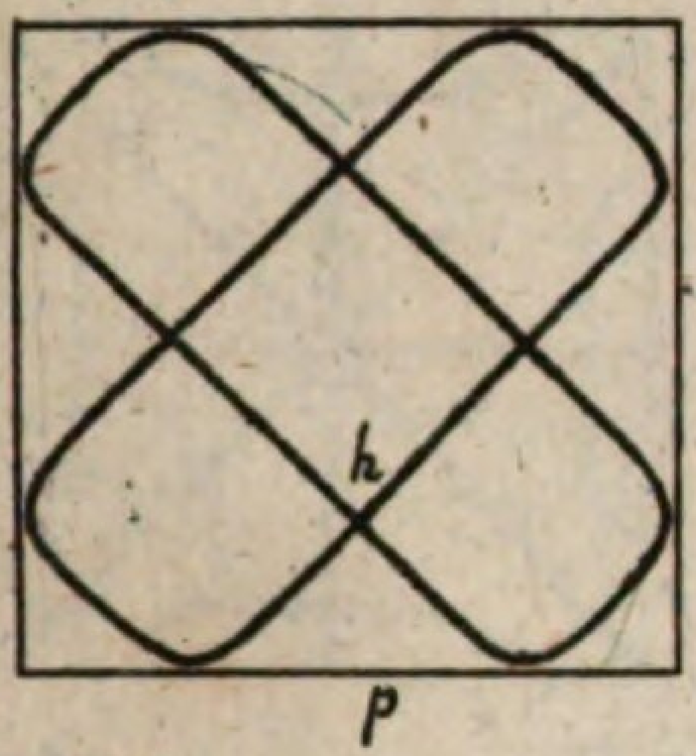
85. 86.



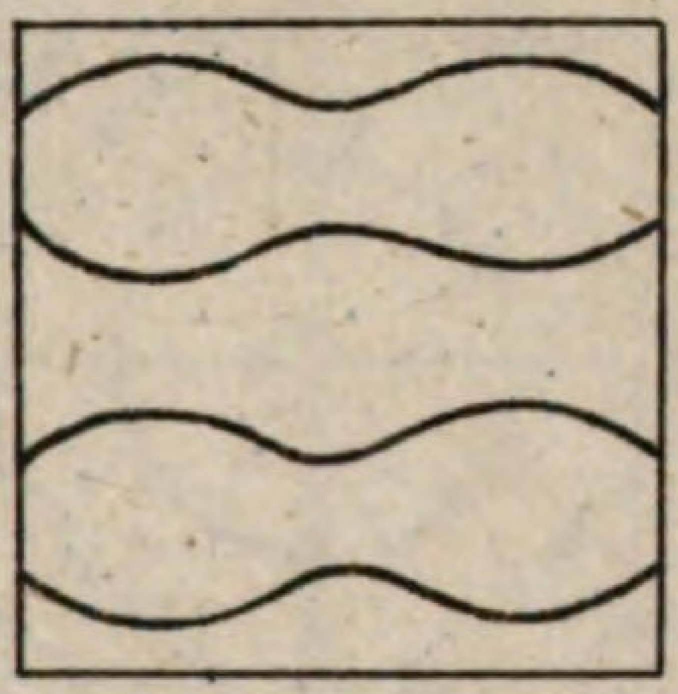


Capeaux sculps. 1780.

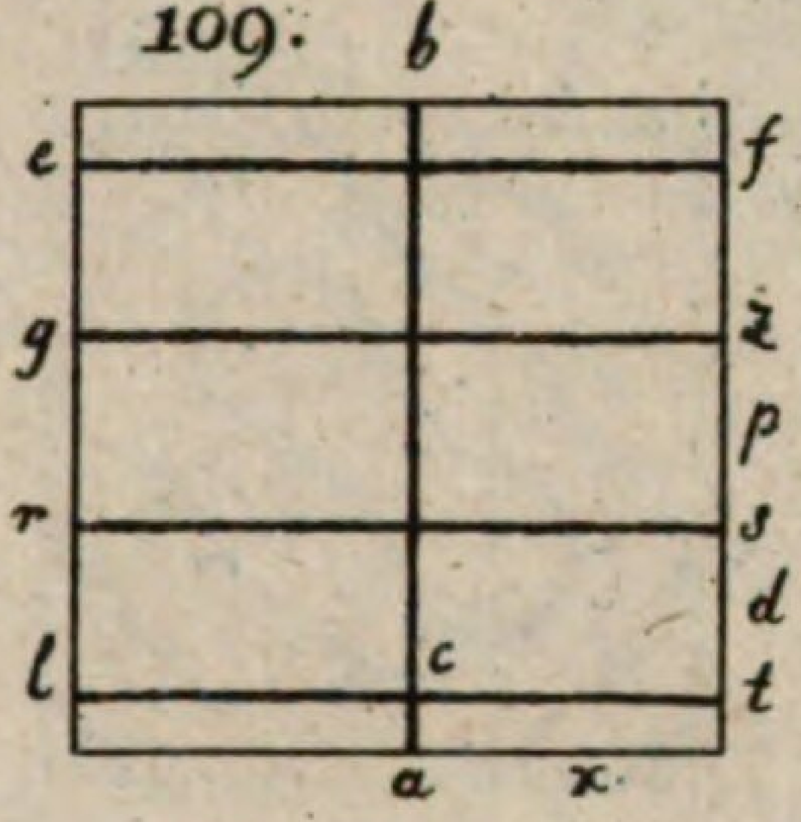
107.



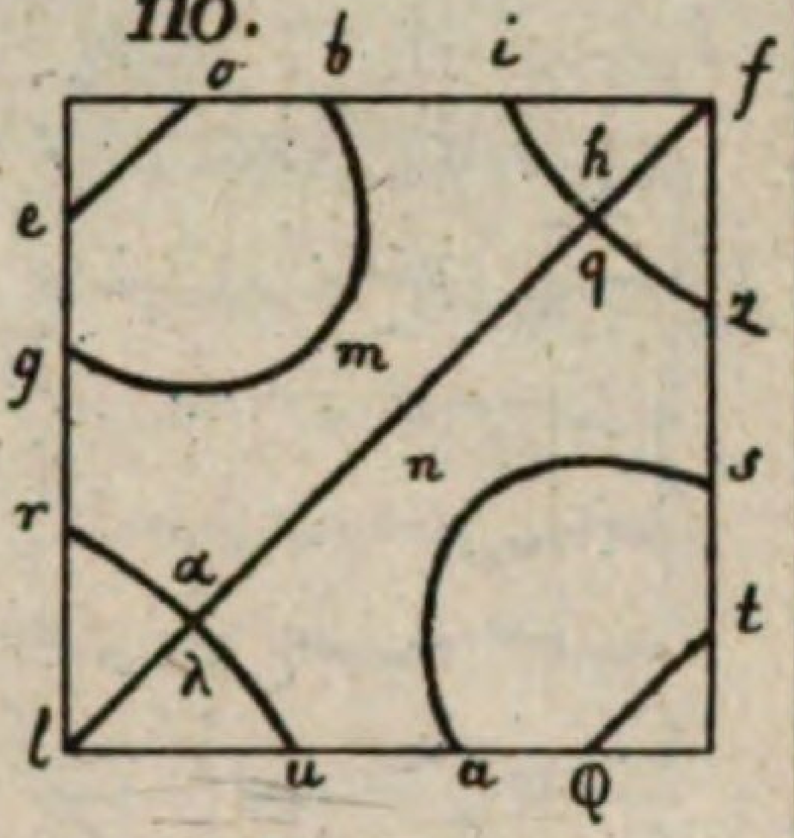
108.



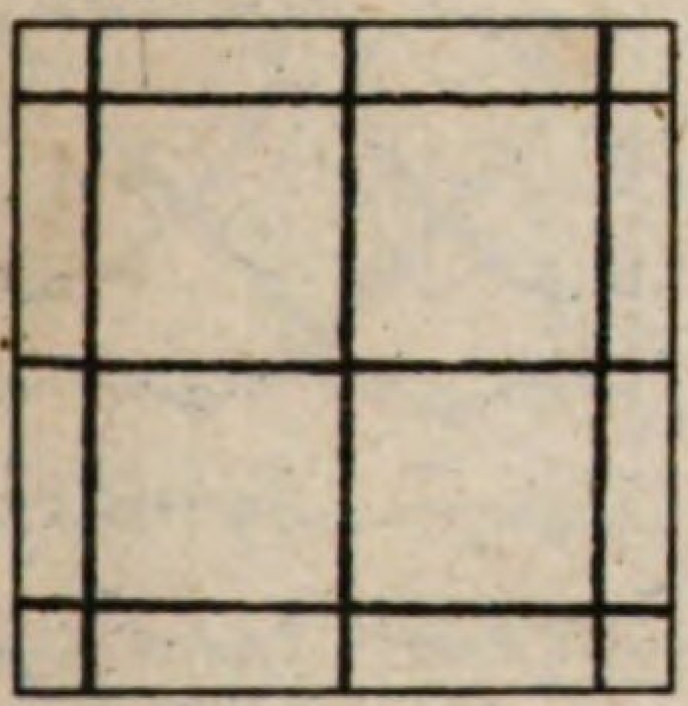
109.



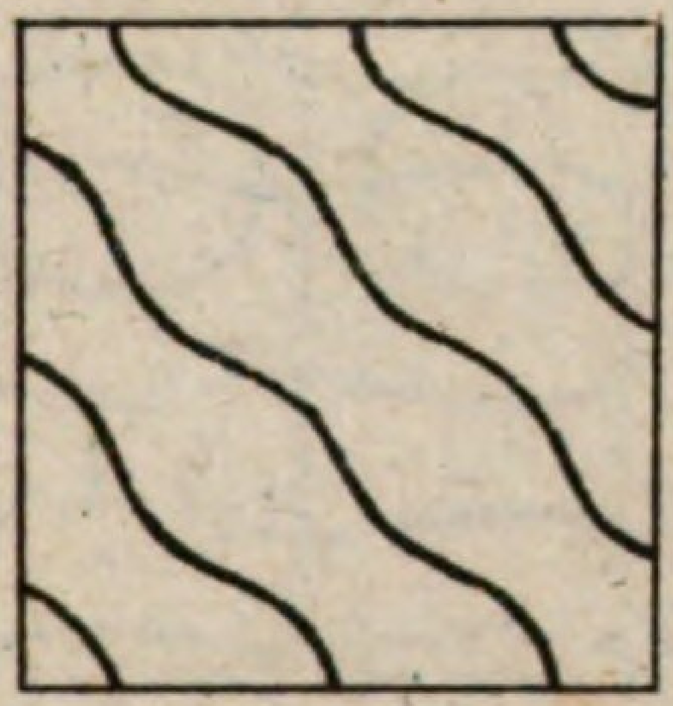
110.



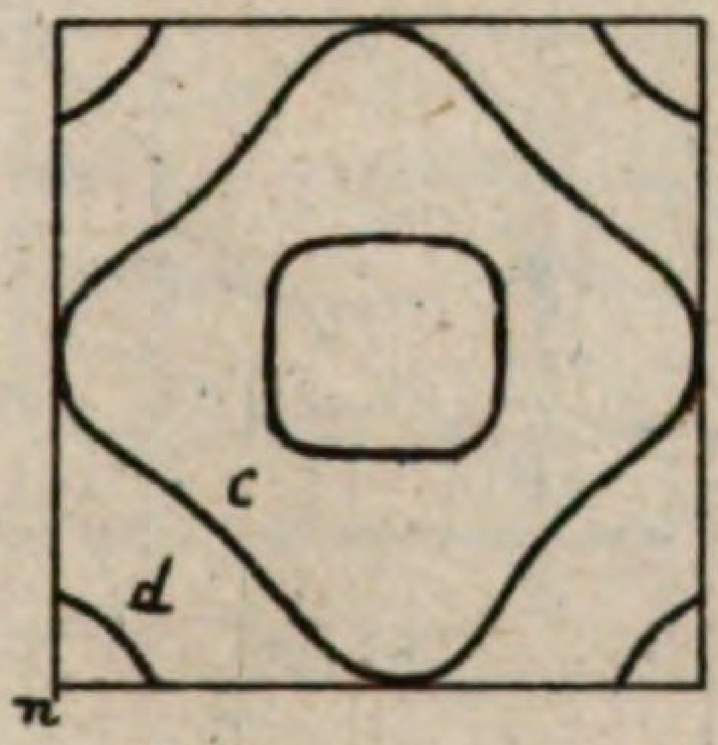
111.



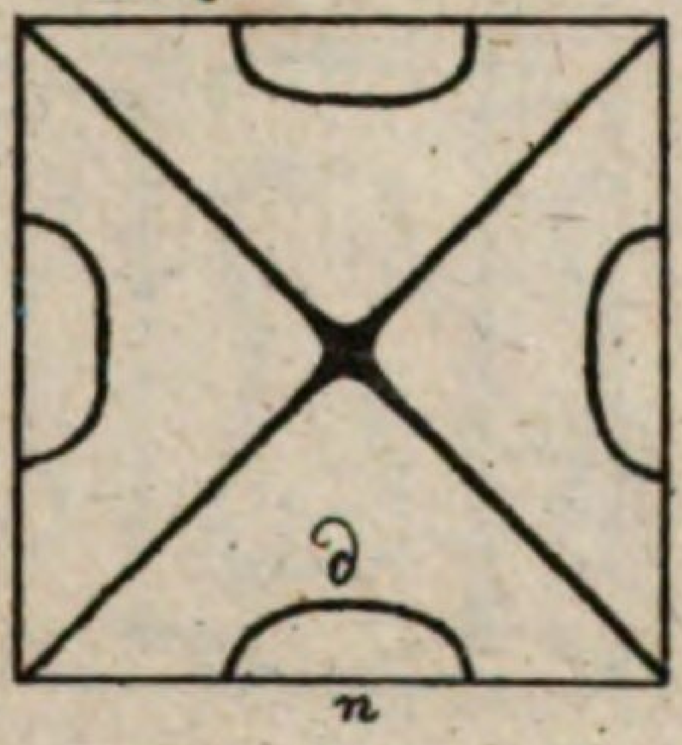
112.



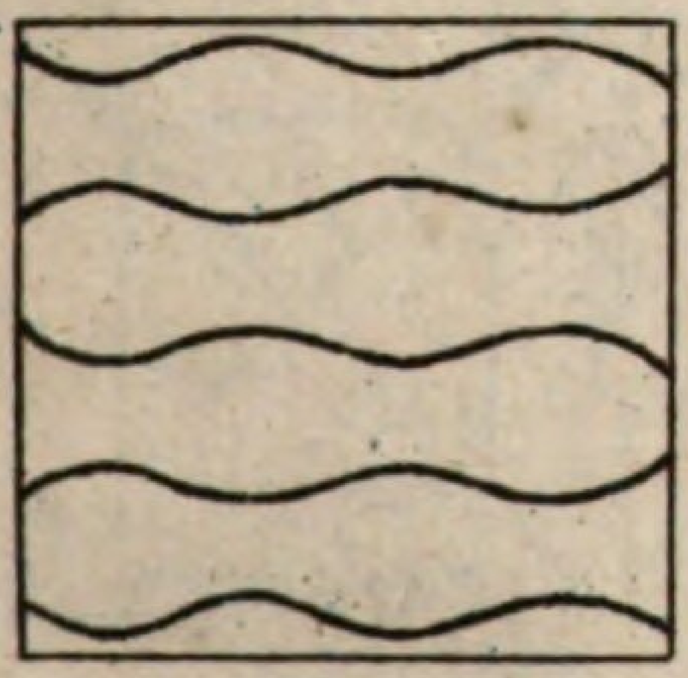
113.



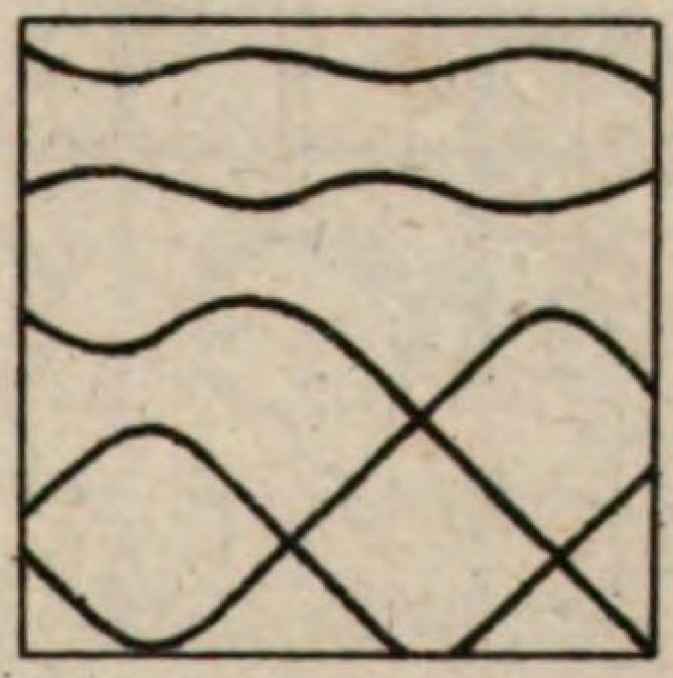
114.



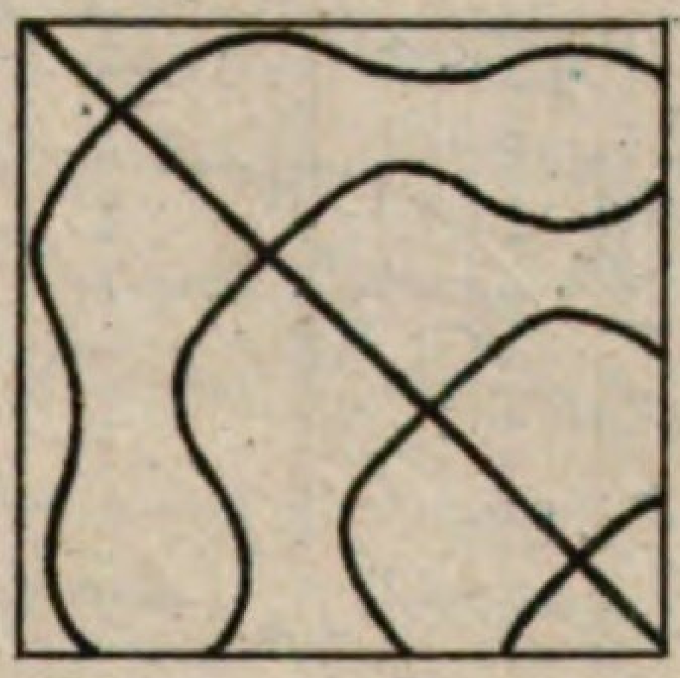
115.



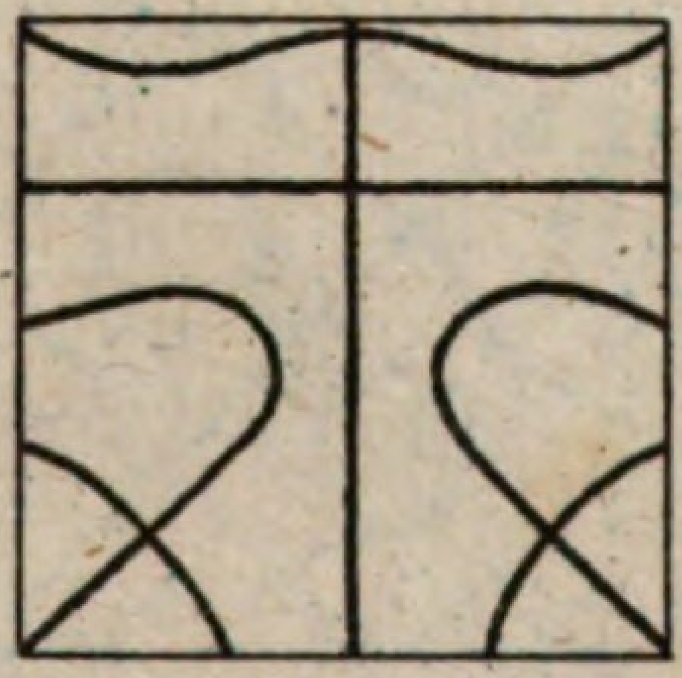
116.



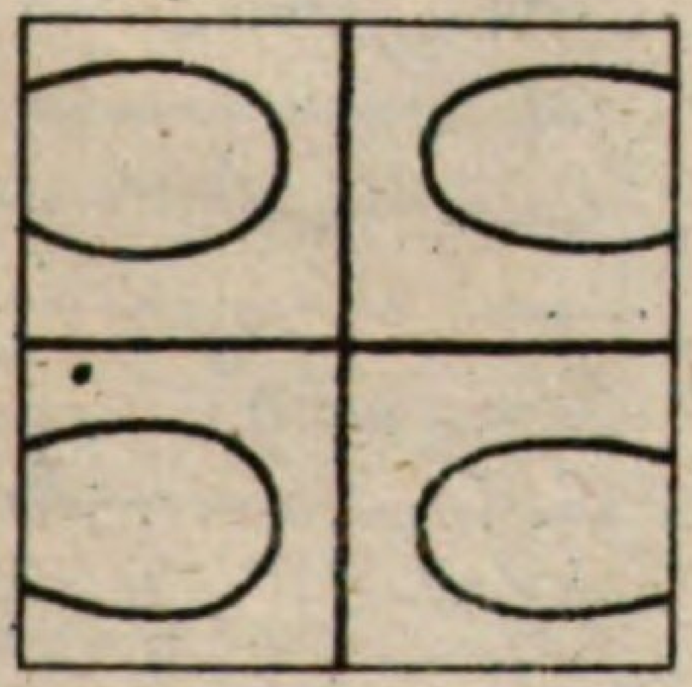
117.



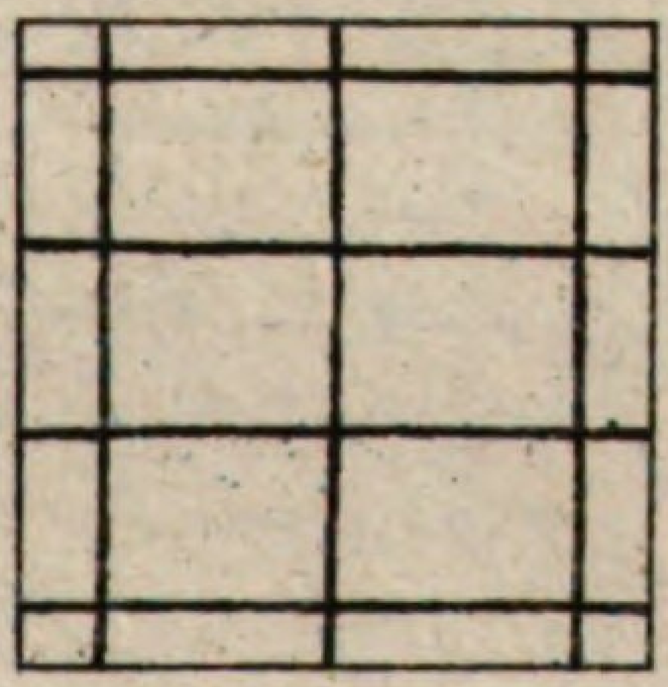
118.



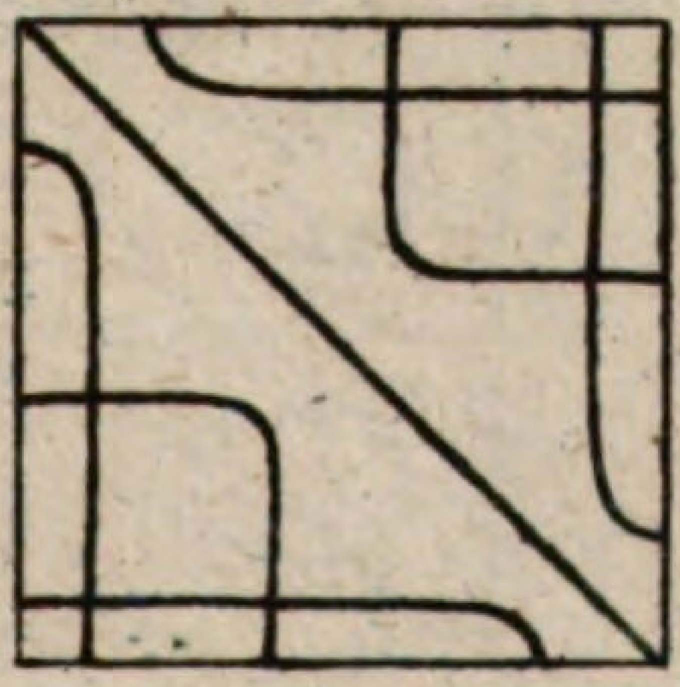
119.



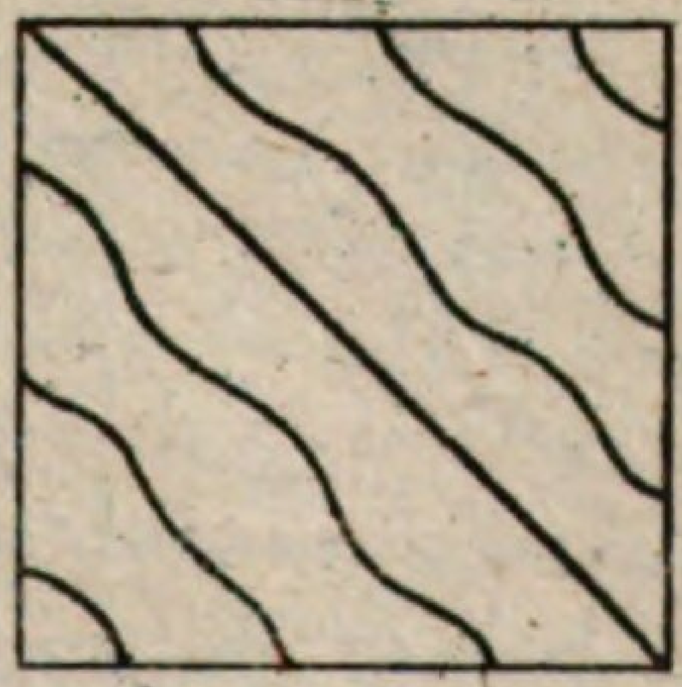
120.



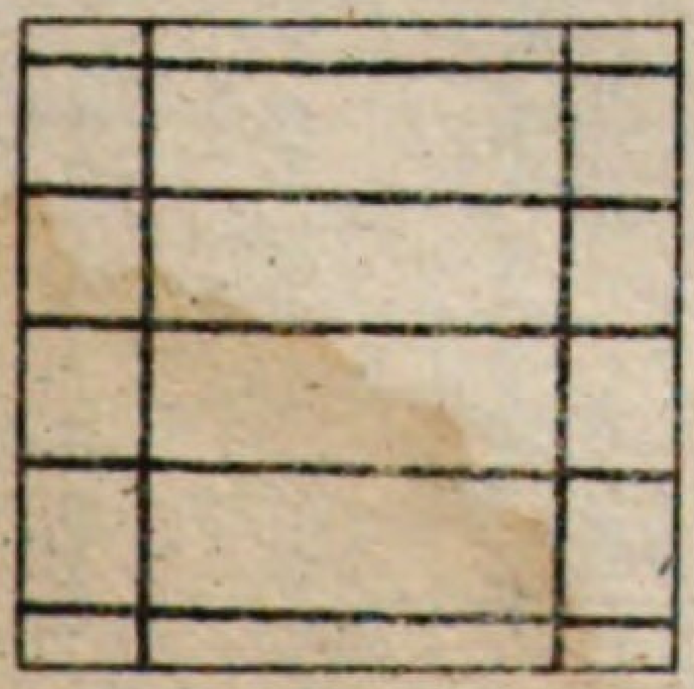
121



122.

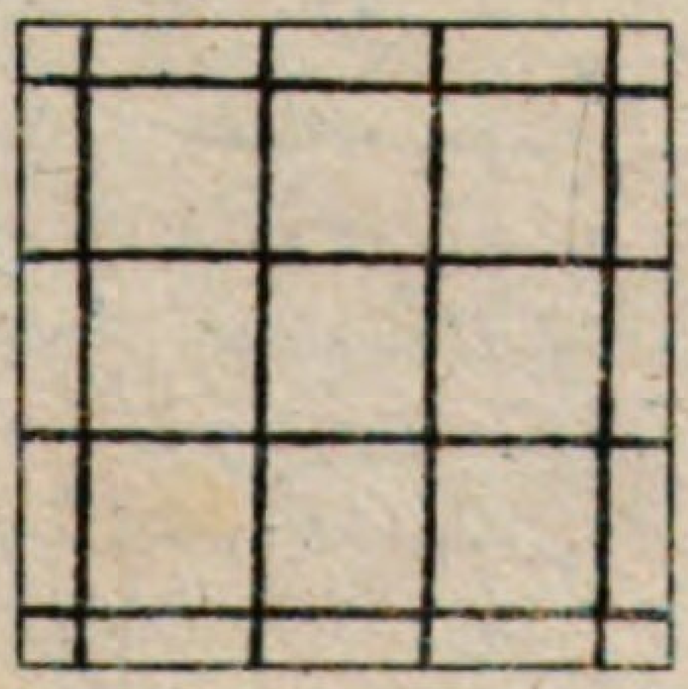


123.



124.

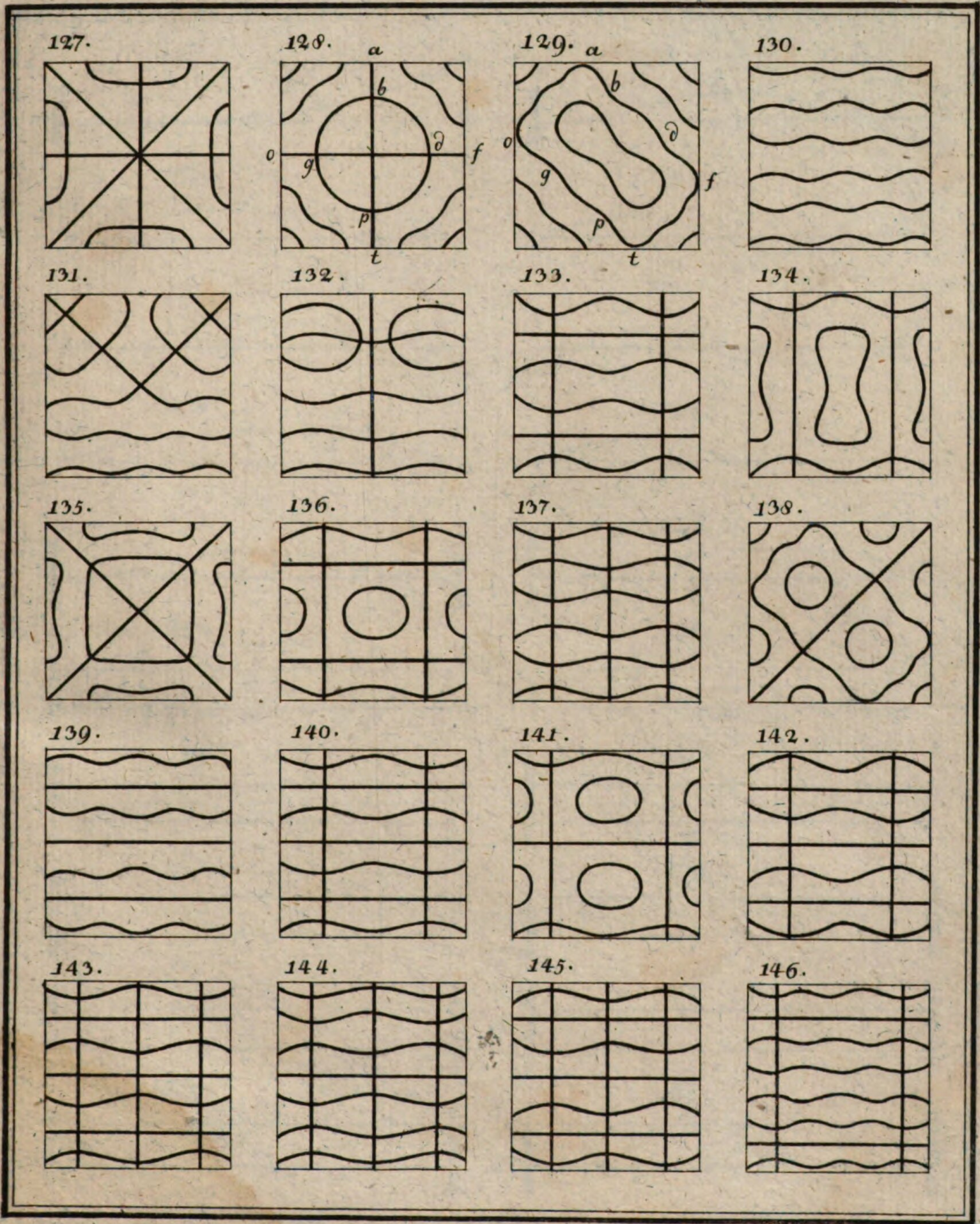
125.



126.

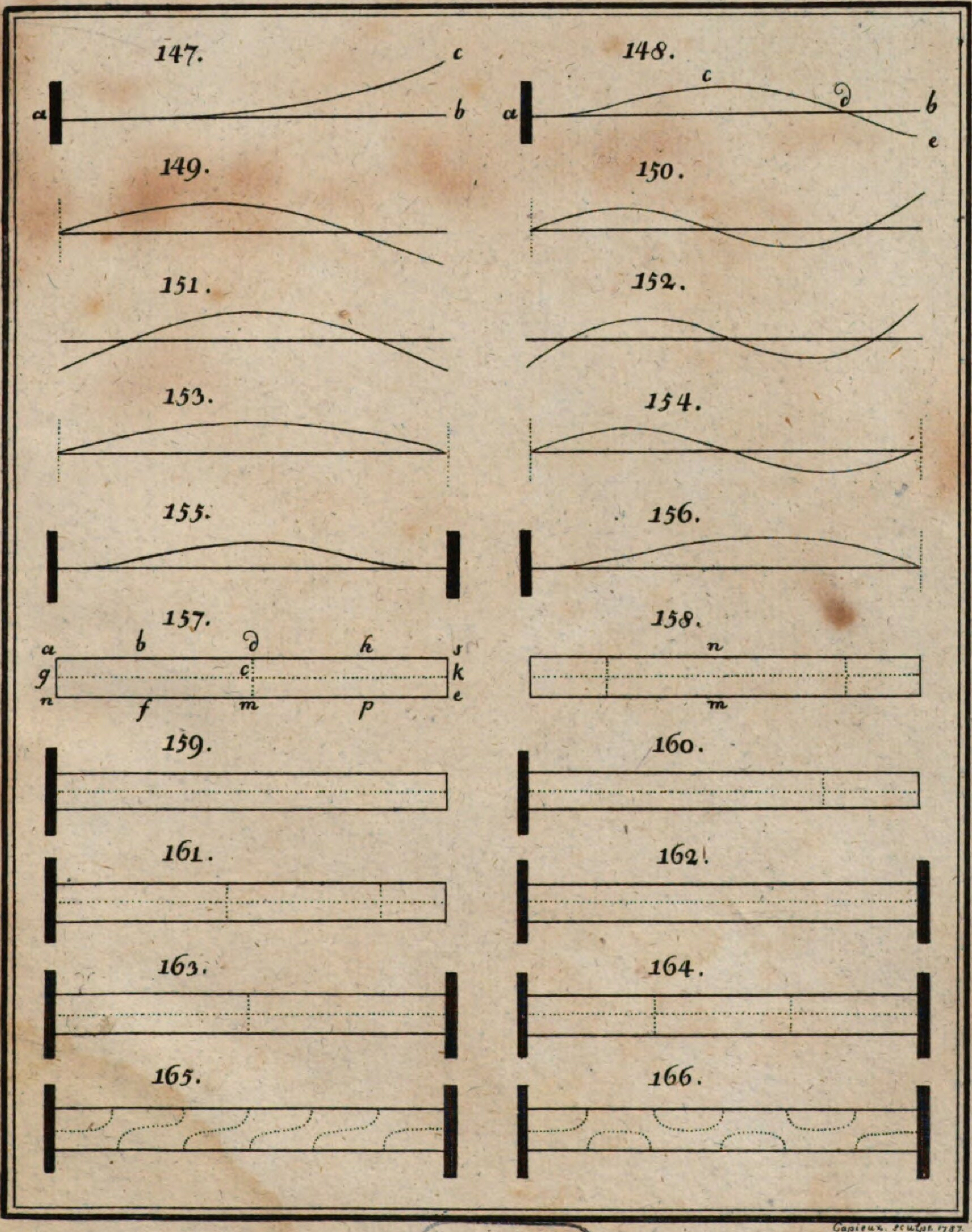
Capieux sculps. 1786

Tab X.



Capieux sculps. 1787.

Tab. XI.



Capieux. sculps. 1787.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Franz Steckeler
Buchbinderei
Höchstädt/Do.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Chladni, Ernst Florens Friedrich,

Entdeckungen über die Theorie des Klanges

Leipzig 1787

Res/4 Phys.sp. 52
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10908815-6
VD18 14421887-001